ی. پرلمان

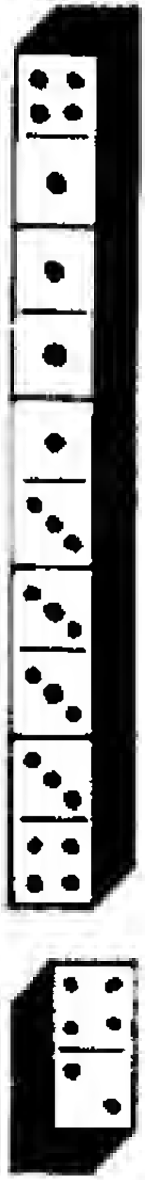
ریاضیات زنده

انتشارات

رياضيات

زنده

Я.И. Перельман



ЖИВАЯ МАТЕМАТИКА

ИЗДАТЕЛЬСТВО
«НАУКА»
МОСКВА

ی. پرلمان

ریاضیات زنده

چاپ دوم

انتشارات «میر» مسکو

چاپ اول – ۱۹۸۲
چاپ دوم – ۱۹۸۶
ترجمه : ذبیح الله بشردوست

На персидском языке

فصل اول

صبحانه با معمی‌ها

۱. سنجاب در مرغزار. شخصی هنگام صرف صبحانه در استراحت‌گاه حکایت میکرد: امروز صبح من با سنجاب قایم موشک بازی کردم.

— شما در جنگل ما مرغزار دایروی‌را دیده‌اید که در وسط آن یک درخت غان قرار دارد؟ در عقب همان درخت سنجاب از من پنهان شده بود. پس از آنکه من از جای انبوه خارج شدم، دفعتاً به پوز سنجاب با چشمان زنده‌اش که از عقب درخت بمن نظر دوخته بود، توجه کردم. بدون آنکه نزدیک شوم، محتاطانه شروع به گردش دورادور مرغزار نمودم تا سراپای این حیوان‌را نگاه کنم. تقریباً چهار مرتبه دورادور درخت گشتم، اما حیوان حیله‌گر به طرف دیگر درخت پناه برده مانند سابق فقط پوزش‌را نشان میداد. بدینترتیب موفق نگردیدم سراپای سنجاب را ببینم.

یکی از حاضرین بصورت اعتراض‌آمیز گفت:

— شما خود میگوئید که چهار مرتبه دورادور درخت گشتید.

— بلی، دورادور درخت، نه دورادور سنجاب!

— اما سنجاب در درخت بود؟

— از اینجا چه نتیجه‌ای حاصل میشود؟

— اینکه، شما دورادور سنجاب نیز گشتید.

— اینقدر خوب دورادورش گشتم که حتی یکبار هم پشت او را ندیدم.

— پشت سنجاب به موضوع چه ربطی دارد؟ سنجاب در مرکز است و شما بصورت دایروی حرکت میکنید، پس دورادور سنجاب هم میچرخید.

— به هیچ وجه این طور نیست. تصور کنید که من دورادور

شکل ۱. «حیوانک حیله‌گر بطرف دیگر عقب میرفت».

شما میچرخم و شما همیشه رویتانرا به من کرده و پشتتانرا نشان نمیدهید. آیا شما میگوئید که من دورادور شما میچرخم؟

— البته میگویم. وگر نه چه؟

— مگر میچرخم، آخر یک مرتبه هم در عقب شما قرار نگرفته و پشت شمارا نمی‌بینم؟

— شما چرا به موضوع پشت چسبیدید؟ آخر، ماهیت امر در آن است که شما دورادور من در مسیر بسته‌ای حرکت میکنید، نه در آنکه پشت مرا ببینید.

— اجازه بدهید: چرخیدن دورادور چیزی یعنی چه؟ به عقیدهٔ من معنای آن فقط یک چیز است: بطور متوالی قرار گرفتن در حالاتیکه کلیه جوانب شیئ، ملاحظه گردد. آیا درست نیست جناب استاد؟ — گوینده به پیرمردی خطاب کرد که پشت میز نشسته بود.

دانشمند جواب داد:

— بحث شما اصلا روی کلمات است. در چنین مواردی همیشه باید از چیزی شروع کرد که هم اکنون شما پیرامون آن شروع به گفتگو کردید: باید در بارهٔ مفهوم کلمات توافق نمود. چطور باید این کلمات را فهمید: «حرکت کردن دورادور

چیزی»؟ مفهوم آن شاید دوگانه باشد. اولا میتوان جملهٔ مذکور را بمثابهٔ حرکت در مسیر بسته‌ای که شیئ در داخل آن قرار دارد، معنی کرد. این یک تعبیر است. مفهوم دیگر عبارت است از حرکت دورادور شیئ بطوریکه همه جوانب آن دیده شود. با در نظر داشتن مفهوم اولی، شما باید اعتراف کنید که چهار مرتبه دورادور سنجاب گشتید. اما طبق تعبیر دومی شما یکبار هم دورادور سنجاب در حرکت نبوده‌اید. بطوریکه میبینید، هرگاه طرفین به یک زبان تکلم کنند و معنی کلمات را بطرز واحدی درک نمایند، در اینجا هیچ دستاویزی برای مباحثه وجود ندارد.

— خیلی خوب، میتوان مفهوم دوگانهٔ کلمات‌را مجاز شمرد. اما کدام یک صحیحتر است؟

— ضرور نیست بدین نحو مسئله طرح گردد. قرار گذاشتن در بارهٔ هر چیز امکان‌پذیر است. ولی بجا خواهد بود اگر سؤال شود، کدامیک با مفهوم معمولی موافق است. به عقیدهٔ من مفهوم اولی با روحیهٔ زبان بهتر هماهنگی دارد و دلیل آن اینست: بطوریکه معلوم است خورشید بدور محور خود طی کمی بیشتر از ۲۵ شبانه‌روز یک دور کامل میخورد.

— خورشید دور میخورد؟

— البته، مثل زمین بدور محورش. اما تصور کنید که گردش خورشید بطی‌تر صورت گرفته و یک دور را نه در ۲۵ شبانه‌روز بلکه در جریان ۳۶۵ ¼ شبانه‌روز یعنی یکسال انجام دهد. در آنصورت خورشید همیشه یک جانب خود را بطرف زمین متوجه کرده و آن طرفش را یعنی «پشت» خورشیدرا ما هرگز نمی‌دیدیم. اما آیا کسی به این سبب مدعی میشد که زمین بدور خورشید نمی‌چرخد؟

— بلی، اکنون واضح شد که من دورادور سنجاب چرخ میزدم.

یکی از سامعین بحث گفت:

— رفقا! من پیشنهادی دارم! لطفاً متفرق نشوید. چون در باران هیچ کس بگردش نمیرود، و باران طوریکه دیده میشود بزودی تمام نخواهد شد، پس بیائید وقت خودرا با حل معماها سپری نمائیم. اساس آن گذاشته شده است. بگذار هرکس به نوبت

یک معما اختراع کند و یا بخاطر آورد و شما، استاد، داور عالی ما باشید.

خانم جوانی اعلام داشت:

— هرگاه معماها با جبر یا هندسه ارتباط داشته باشد، من حاضر نیستم.

— و من هم همینطور، — کس دیگری با خانم هم‌نظر شد.

— نه خیر، نه خیر، باید همه شرکت کنند! و ما از حاضرین خواهش میکنیم که جبر و هندسه را در میان نگذارند، البته مسائل ابتدائی‌را میتوانند مطرح کنند. کسی اعتراض ندارد؟

— پس من موافقم و آماده‌ام اولین معمارا پیشنهاد کنم.

از هر طرف صداها بلند شد: بسیار خوب، بفرمائید! شروع کنید.

۲. در آشپزخانهٔ مشترک. — معمای من در شرایط آپارتمان ییلاقی بوجود آمد. مسئله‌ای، به اصطلاح، خانگی است. یکی از ساکنین، فرضاً ماریا در بخاری مشترک سه کنده چوب و دیگری موسوم به زینا پنج کنده چوب گذاشتند. ساکن سوم بنام لیدا که هیچ هیزم نداشت، از هر دو همسایه‌اش اجازهٔ استفاده از آتش خواسته و در مقابل به آنها ۸ کوپک پرداخت. چگونه آنها باید این پول را بین هم تقسیم نمایند؟

یکی از حاضرین با عجله گفت:

— باید دو نصف کنند. زیرا لیدا از آتش آنها بطور مساوی استفاده نموده است.

شخص دیگری اعتراض‌آمیزانه گفت:

— نه خیر، باید سهمیهٔ هیزم آنها در نظر گرفته شود. کسیکه ۳ کنده چوب داده باید ۳ کوپک و آنکه ۵ کنده چوب داده است باید ۵ کوپک بگیرد. این تقسیم‌بندی عادلانه خواهد بود.

کسیکه بازی‌را براه انداخته و اکنون رئیس مجلس شمرده میشد، رشتهٔ سخن‌را گرفته گفت:

— رفقا! بیائید جواب نهائی معماها را فعلاً اعلام نکنیم.

بگذار هرکس روی آنها فکر و مداقه کند. جوابهای درست‌را هنگام صرف شام داور اعلام میدارد. حالا نفر بعدی! نوبت با شماست رفیق پیش‌آهنگ!

۳. کار انجمن‌های مکتبی. — پیش‌آهنگ معمایش‌را چنین شروع کرد. در مکتب ما پنج انجمن وجود دارد: فلزکاری، نجاری، عکاسی، شطرنج و آوازخوانی دسته‌جمعی (کر). انجمن فلزکاری یکروز در میان، نجاری دو روز در میان، عکاسی سه روز در میان، شطرنج چهار روز در میان و انجمن کر پنج روز در میان تمرین میکنند. در تاریخ اول ژانویه هر پنج انجمن در مکتب جمع شده و بعداً دروس مطابق برنامهٔ تعیین شده، بدون پس و پیش دایر گردید. سؤال در آنست که در سه‌ماههٔ اول چند بار هر پنج انجمن در یک روز واحد در مکتب جمع شدند.

— آیا سال عادی بود و یا کبیسه؟ — همه از پیش‌آهنگ پرسیدند.

— سال عادی بود. یعنی سه‌ماههٔ اول — ژانویه، فوریه و مارس — باید ۹۰ روز حساب گردد؟

— البته.

استاد گفت:

— اجازه دهید به سؤال معمای شما یک سؤال دیگری نیز اضافه نمایم و آن اینست: چند بار در همان سه‌ماههٔ اول سال، روزهائی وجود داشته که درس هیچ یک از انجمن‌ها صورت نگرفته باشد؟

— فهمیدم ها — صدائی بلند شد.

زیر کاسه نیم کاسه‌ای است. هیچ روزی وجود نخواهد داشت که هر پنج انجمن جمع گردد و هیچ روزی نخواهد بود که هیچ انجمنی درس نداشته باشد.

رئیس مجلس پرسید: «چرا؟»

— نمیتوانم تشریح کنم، ولی احساس میکنم برای حل کننده میخواهند تله‌ای بگسترند.

— این که دلیل نشد. شامگاهان معلوم میشود که پیشبینی شما درست است یا خیر، حالا نوبت با شماست، رفیق!

۴. که بیشتر؟ — دو نفر در جریان یکساعت تعداد کسانی‌را شمردند که در پیاده‌رو از کنار آنها عبور مینمودند. یکی در نزدیکی خانه ایستاده بود و دومی در پیاده‌رو این ور و آن ور قدم بر میداشت. کدامیک از آنها تعداد بیشتر عابرین‌را شمرده است؟

کسی از سر میز فریاد نمود: «واضح است که در حین راه رفتن زیادتر شمرده میشود».

رئیس مجلس اعلام کرد:

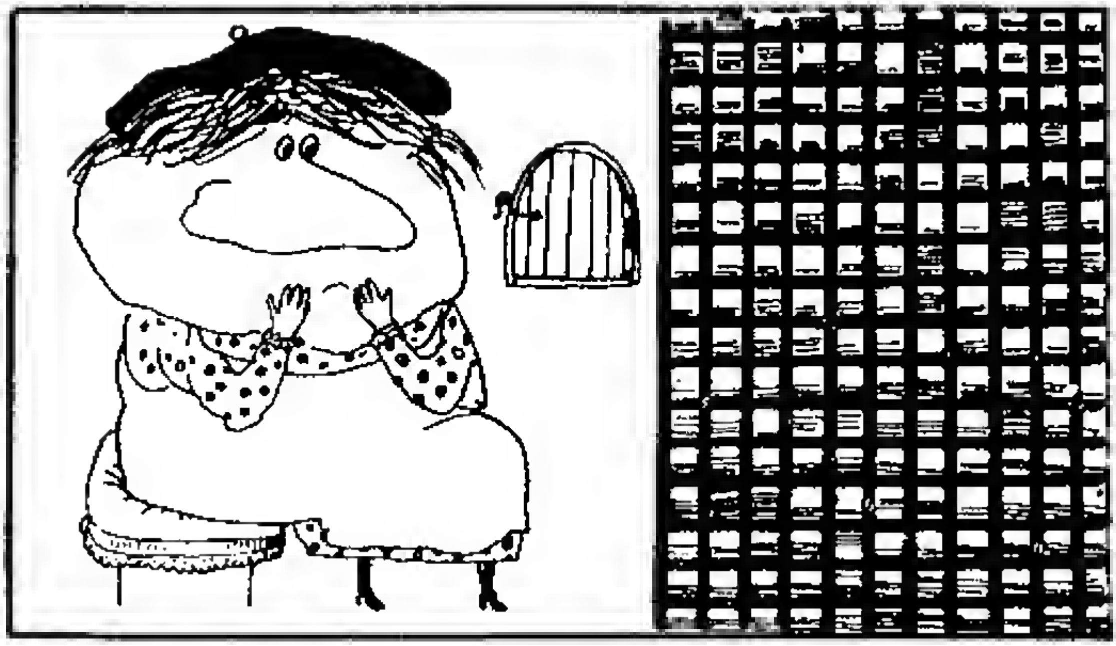
— جواب را هنگام صرف شام میدانیم. نفر بعدی!

۵. پدر بزرگ و نوه. — واقعه‌ای که من در بارهٔ آن صحبت میکنم در سال ۱۹۳۲ بوقوع پیوست. در آنزمان سن من مساوی با عددی بود که دو رقم آخر سال تولدم آنرا تشکیل میدهند. هنگامیکه من این موضوع‌را به پدر بزرگم گفتم او با سخنانش مبنی بر اینکه سن وی نیز عین وضع‌را دارد، مرا متعجب ساخت. به نظر من این امر محال آمد.

— البته، محال است، — صدای کسی بگوش رسید.

— باور کنید که کاملا امکان‌پذیر است. پدر بزرگم این مسئله را بمن ثابت نمود. پس هر کدام ما چند سال داشتیم؟

۶. بلیط‌های راه آهن. شرکت‌کنندهٔ بعدی، حرف‌های خودرا چنین شروع نمود. من بلیطفروش راه آهن هستم. بنظر اکثر کسان این یک کار ساده مینماید. حتی حدس نمیزنند بلیطفروش یک ایستگاه کوچک با چه تعداد زیاد بلیطها سر و کار دارد. آخر لازم است که مسافرین بتوانند از این ایستگاه تا هر ایستگاه دیگر در این خط، تازه هم در هر دو جهت، بلیط در یافت نمایند. من در خط راه آهنی کار میکنم که دارای ۲۵ ایستگاه



شکل ۲. «بلیط راه‌آهن میفروشم».

است. به عقیدهٔ شما در غرفهٔ بلیط فروشی هر ایستگاه چند نمونهٔ مختلف بلیط تهیه شده است؟

رئیس مجلس اعلام داشت:

— اکنون نوبت با شماست، رفیق خلبان.

۷. پرواز هلیکوپتر. — هلیکوپتری مستقیماً از لنینگراد به شمال پرواز کرد. پس از طی نمودن ۵۰۰ کیلومتر به سمت شمال، بطرف شرق پیچید. بعد از ۵۰۰ کیلومتر در این جهت بطرف جنوب پیچیده و در این سمت نیز ۵۰۰ کیلومتر طی نمود. سپس به طرف غرب پیچیده و پس از طی نمودن ۵۰۰ کیلومتر بزمین فرود آمد. سؤال میشود: در کدام جهت شهر لنینگراد هلیکوپتر فرود آمده است — در غرب، شرق، شمال یا جنوب؟

شخصی از جملهٔ آنان اظهار داشت: ما را ساده فکر کرده‌اید، — ۵۰۰ قدم به پیش، ۵۰۰ قدم بطرف راست، ۵۰۰ قدم به عقب و ۵۰۰ قدم بطرف چپ — به کجا میرسیم؟ واضح است از جائیکه حرکت کرده بودیم به همانجا میرسیم!

— پس، به عقیدهٔ شما هلیکوپتر در کجا فرود آمد؟

— در همان فرودگاه لنینگراد، از جائیکه پرواز کرده بود. آیا این طور نیست؟
— باور کنید که اینطور نیست.
— در این صورت من هیچ چیز نمی‌فهمم!
شخص پهلوی وی داخل صحبت شد: واقعاً در اینجا زیر کاسه نیم کاسه‌ای است. مگر هلیکوپتر در لنینگراد فرود نیامده است؟.. ممکن است یکبار دیگر سؤالتانرا تکرار کنید؟
خلبان با کمال میل خواهش‌را پذیرفت. همهٔ حاضرین دقیقاً به حرفهای وی گوش دادند و از حیرت بطرف یکدیگر نگاه نمودند.
رئیس مجلس اعلام نمود: به هر صورت، تا شام برای تفکر در بارهٔ این مسئله وقت داریم و حالا ادامه میدهیم.

۸. سایه. — سؤال کنندهٔ بعدی گفت: لطفاً به من نیز اجازه بدهید بعنوان موضوع معمای خود، هلیکوپتر را انتخاب کنم. کدام یک وسیعتر است: هلیکوپتر و یا سایهٔ مطلق آن؟
— این تمام معمای شماست؟
— بلی.
دفعتاً حل معما داده شد: البته که سایه نسبت به هلیکوپتر وسیع‌تر است: آخر اشعهٔ آفتاب بصورت بادبزن دستی متباعد میشود.
— شخص دیگری با لحن اعتراض‌آمیز گفت: به عقیدهٔ من اشعهٔ آفتاب، برعکس، موازی بوده و سایه و هلیکوپتر عرض مساوی دارند.
— شما چه میگوئید؟ آیا شما اشعهٔ متباعد آفتابی را که پشت ابرها پنهان باشد هرگز ندیده‌اید؟ آنگاه میتوان کاملا یقین کرد که اشعهٔ آفتاب فوق‌العاده متباعد میشود. سایهٔ هلیکوپتر باید به مراتب بزرگتر از خود هلیکوپتر باشد، مانند اینکه سایهٔ ابر از خود آن بزرگتر است.
— پس چرا معمولا عقیده بر اینست که اشعهٔ آفتاب موازی است؟ ملاحین و ستاره شناسان — همه چنین نظری دارند...
رئیس مجلس اجازه نداد مباحثه طولانی شود و رشتهٔ سخن‌را به شخص بعدی داد.

۹. مسئله کبریت. سخنگوی بعدی تمام چوبهای کبریت‌را از قوطی آن بیرون ریخته و آنهارا روی میز به سه قسمت تقسیم نمود.

سامعین بشوخی گفتند: میخواهید آتش بیافروزید؟

— نه خیر، معمای من با کبریت خواهد بود. اینست سه توده نابرابر کبریت. هر سه توده با هم دارای ٤٨ کبریت است. اینکه در هر کدام چند است، من برایتان نمیگویم. ولی بخاطر داشته باشید که اگر از تودهٔ اول به تودهٔ دوم آنقدر کبریت علاوه شود که قبلا در توده دوم وجود داشت و سپس از تودهٔ دوم به تودهٔ سوم بتعداد کبریت‌هائی که قبلا در تودهٔ سوم وجود داشت افزوده شود و بالاخره هرگاه از تودهٔ سوم بتعداد کبریت‌هائی که در آنزمان در تودهٔ اول موجود بود، به تودهٔ اول علاوه شود، آنوقت تعداد کبریت‌ها در هرسه توده مساوی خواهد بود. پس در هر توده از اول چند کبریت وجود داشت؟

۱۰. کندهٔ درخت متقلب. معماگوی بعدی معمایش‌را چنین آغاز کرد: این معما مشابه به سوٴالیست که مدت‌ها قبل ریاضی‌دان یک مدرسهٔ دهاتی برای من طرح کرده بود.

این معما یک داستان کامل و تا اندازه‌ای دلچسپ بود. دهقانی در جنگل با پیرمردی رو برو گردیده و شروع به صحبت کردند. پیرمرد دقیقاً به سراپای دهقان نظر انداخته گفت:

— در این جنگل من کندهٔ درخت تعجب‌آوری را سراغ دارم که به نیازمندان خیلی کمک میکند.

— چطور کمک میکند؟ معالجه میکند؟

— معالجه نمیکند اما پول‌را دوچندان میسازد. در زیر آن کیسهٔ پولی میگذاری و تا صد میشماری آنوقت پولی که در کیسه وجود داشت دوچندان میشود. چنین خاصیتی‌را دارد. کنده‌ای عالی است!

دهقان با لحنی پرآرزو گفت: آیا نمیشود من آزمایش کنم؟

— چرا، این امر ممکن است. منتها باید پول پرداخت کنید.

— به که پرداخت کنم؟ و چقدر؟

— پول‌را به کسی پرداخت کنید که راه را بشما نشان میدهد. یعنی به من. و اما در مورد مقدار آن صحبت علیحده‌ای خواهد بود. شروع به چانه زدن کردند. پیرمرد با فهمیدن اینکه در کیسهٔ دهقان پول زیاد وجود ندارد موافقت نمود که پس از هر مرتبه که پول دوچندان شد یک روبل و ۲۰ کوپک به وی پرداخت شود. بدینترتیب کنار آمدند.

پیرمرد دهقانرا بداخل جنگل راهنمائی کرده و پس از جستجوی زیاد، کندهٔ پیر و پر از خزهٔ درخت صنوبررا پیدا نمود. کیسهٔ پول‌را از دست دهقان گرفته و در بین ریشه‌های کنده فرو برد. تا صد شمردند. پیرمرد دوباره در بین ریشه‌های درخت شروع به جستجو کرد و بالاخره از آنجا کیسه‌را کشید و به دهقان سپرد.

دهقان به درون کیسه‌اش نظر انداخته دید که واقعاً پول آن دوچندان شده است. حسب وعده از آن مبلغ یک روبل و ۲۰ کوپک را به پیرمرد تحویل داد و خواهش کرد تا کیسه‌اش‌را دوباره به زیر این کندهٔ معجزه‌آسا بگذارد.

باز هم تا صد شمردند، باز هم پیرمرد شروع به لولیدن در ریشه‌های کنده درخت نمود و باز هم معجزه صورت گرفت: پول در کیسه دوچندان گردیده بود! پیرمرد دومرتبه یک روبل و ۲۰ کوپک موعودرا حاصل کرد.

برای بار سوم کیسه‌را در زیر کندهٔ درخت پنهان کردند و اینبار هم پول دوچندان گردید. اما وقتی دهقان حق‌الزحمه را به پیرمرد پرداخت نمود، در کیسه دیگر یک کوپک هم باقی نماند. بیچاره دهقان در این معامله تمام پول‌هایش را از دست داد و مایوسانه جنگل‌را ترک نمود.

البته دوچندان شدن پول برای شما واضح است: پیرمرد بدون هدف هنگام جستجوی کیسه آنقدر معطلی ایجاد نمیکرد. اما میتوانید شما به سوٴال دیگری جواب دهید: چه مبلغی در کیسهٔ دهقان قبل از بازی با کندهٔ متقلب وجود داشت؟

۱۱. مسئلهٔ دماسنج. شخص مسنی که نوبت معما گفتن باو رسیده بود شروع به حرف زدن کرد: من، رفقا، زبانشناس و از

هر گونه ریاضی دور هستم. به این لحاظ از من انتظار مسئله ریاضی‌را نداشته باشید. فقط میتوانم از رشته‌ای که با آن آشنائی دارم سؤال نمایم. اجازه بدهید معمائی مربوط به تقویم برایتان تقدیم کنم.

— خواهش میکنیم!

— ماه دوازدهم بزبان ما «دسامبر» نام دارد. آیا شما میدانید که «دسامبر» یعنی چه؟ این کلمه از کلمهٔ یونانی دکا (یعنی ده) اشتقاق شده است. همچنین کلمهٔ دکالیتر (ده لیتر) وغیره نیز مشتق این ریشه است. بدینترتیب ماه «دسامبر» باید ماه دهم میبود. این مغایرت‌را چگونه میتوان توجیه کرد؟

رئیس مجلس اعلام نمود: خب، حالا فقط یک معما باقی مانده است.

۱۲. شعبدهٔ حساب. — معمای من آخری یعنی دوازدهم است. بخاطر تنوع من بشما شعبدهٔ حساب نشان میدهم و از شما خواهش میکنم راز آنرا افشاء کنید. بگذار یکی از حاضرین، مثلاً شما رفیق رئیس، عدد سه‌رقمی دلخواهی را طوری بنویسد که از من مخفی باشد.

— آیا این عدد میتواند صفرهارا هم داشته باشد؟

— هیچ محدودیتی‌را قایل نیستم. هر عدد سه‌رقمی دلخواهی را که میلتان باشد بنویسید.

— خب، نوشتم، حالا چه؟

— همین عدد را یکبار دیگر در پهلوی آن بنویسید. واضح است که عدد شش‌رقمی حاصل میشود.

— نوشتم. عدد شش‌رقمی حاصل شد.

— حالا کاغذرا بکسی که از من دورتر نشسته است بدهید. و بگذار او این عدد شش‌رقمی‌را به هفت تقسیم نماید.

— گفتنش که آسان است: به هفت تقسیم کنید! شاید به هفت قابل تقسیم نباشد.

— غصه نخورید، بدون باقیمانده تقسیم میشود.

— شما عددرا نمیدانید و ضمناً مطمئن هستید که تقسیم میشود.

— اول تقسیم کنید، بعد حرف میزنیم.
— از طالع خوش شما، تقسیم شد.
— نتیجه را بدون اینکه بمن بگوئید به شخص پهلویتان بدهید. او آنرا به ۱۱ تقسیم میکند.
— فکر میکنید باز هم شانس یاری کند و تقسیم شود؟
— تقسیم کنید، باقی‌مانده هم ندارد.
— حقیقتاً بدون باقی‌مانده تقسیم شد. حالا چه کنیم؟
— نتیجه را به نفر بعدی بدهید. آنرا مثلا به ۱۳ تقسیم میکنیم.
— مقسوم علیه را خوب انتخاب نکردید. کمتر عددی هست که بدون باقی‌مانده به ۱۳ تقسیم میشود. اما نه، بدون باقی‌مانده تقسیم شد. شما بسیار خوش‌شانس هستید!
— لطفاً ورق با نتیجه‌را به من بدهید منتها کاغذ را طوری تا کنید که عدد را نبینم.
بدون آنکه کاغذ را باز کند «شعبده باز» آنرا به رئیس تقدیم کرد.
— خواهش میکنم عددی‌را که شما انتخاب کرده بودید تحویل بگیرید. درست است؟
— رئیس پس از آنکه به کاغذ نظر انداخت با تعجب گفت: کاملا درست است! همانا این عددرا انتخاب کرده بودم...
اکنون چون لیست سخنگویان بپایان رسید و از طرف دیگر باران هم خوشبختانه تمام شده است اجازه بدهید پایان مجلس‌را اعلام نمایم. جواب تمام معماها امروز پس از صرف شام اعلام خواهد شد. یاد داشت‌هایتانرا با شرح حل مسائل میتوانید به من بسپارید.

شرح حل معماهای ۱ — ۱۲

۱. معمای سنجاب در مرغزار قبلا بطور کامل بررسی گردید. به حل معمای بعدی میپردازیم.

۲. اکثراً چنین میپندارند که ۸ کوپک در مقابل ۸ کندهٔ چوب یعنی بر اساس هر کنده‌ای ۱ کوپک پرداخت شده است.

این پندار درست نیست. این پول فقط در برابر یک سوم تعداد ۸ کنده چوب پرداخت شده است زیرا هر سه نفر یک اندازه از آتش استفاده نمودند. از اینجا نتیجه میشود که ۸ کنده چوب ۸×۳ یعنی ۲٤ کوپک قیمت گذاری گردید یعنی قیمت یک کنده چوب ۳ کوپک است.

اکنون به سهولت میتوان در یافت که طلب هر نفر چند کوپک است. به زینا در برابر ۵ کنده‌اش باید ۱۵ کوپک پرداخت شود لکن وی خودش هم به اندازهٔ ۸ کوپک از آتش استفاده نموده است لذا او باید ۸ — ۱۵ یعنی ۷ کوپک بگیرد. ماریا در برابر سه کنده چوب باید ۹ کوپک بگیرد ولی اگر ۸ کوپک را که از آتش استفاده نموده است از آن تفریق کنیم به وی ۸ — ۹ یعنی تنها یکه کوپک میرسد.

بدینترتیب در صورت تقسیم عادلانه زینا باید ۷ کوپک، و ماریا ۱ کوپک بگیرند.

۳. به سؤال اول مبنی بر اینکه بعد از چند روز همزمان هر ۵ انجمن در مکتب حاضر میشوند ما بآسانی میتوانیم جواب بدهیم هرگاه کوچکترین عددی‌را پیدا نمائیم که بر ۲، ۳، ٤، ۵ و ٦ بدون باقی‌مانده قابل تقسیم باشد. به آسانی میتوان در یافت که عدد مطلوب ٦۰ است. یعنی در روز شصت و یکم دوباره همه انجمن‌ها در مکتب حاضر میشوند: فلزکاران پس از ۳۰ فاصلهٔ دوروزه، نجاران بعد از ۲۰ فاصلهٔ سه‌روزه، عکاسان پس از ۱۵ فاصلهٔ چهارروزه، شطرنجبازان پس‌از ۱۲ فاصلهٔ پنج‌روزه و آوازخوانان پس از ۱۰ فاصلهٔ شش‌روزه. قبل از ٦۰ روز، چنین روزی نمیتواند باشد. یک روز مشابه دیگر پس از ٦۰ روز دیگر یعنی در سه‌ماههٔ آینده خواهد بود.

بدینترتیب در جریان سه‌ماههٔ اول فقط یک روز اتفاق میافتد که تمام انجمن‌ها جهت دروس گرد هم میآیند.

یافتن جواب سؤال دوم مبنی بر اینکه چند روز از دروس انجمنها خالی خواهد بود با زحمت بیشتر توأم است. برای تعیین چنین روزهائی باید به ترتیب تمام اعداد را از ۱ تا ۹۰ نوشت

و در این سلسله، روزهای کار انجمن فلزکاران‌را یعنی اعداد ۱، ۳، ۵، ۷، ۹ و غیره را خط زد. بعد روزهای کار نجاران یعنی ٤، ۷، ۱۰ وغیره‌را خط میزنیم. پس از آنکه روزهای کار عکاسان، شطرنجبازان و آوازخوانان خط خورد فقط آن روزهای سه‌ماهه‌ٔ اول خط نخورده باقی میماند که هیچیک از انجمن‌ها کار نکرد.

کسیکه این کار را اجراء کند یقین خواهد کرد که تعداد روزهائی که خالی از درس است در سه‌ماهه‌ٔ اول نسبتاً زیاد است: ۲٤. در ماه ژانویه تعداد آنها ۸ است یعنی روزهای ۲ — م، ۸ — م، ۱۲ — م، ۱٤ — م، ۱۸ — م، ۲۰ — م، ۲٤ — م و ۳۰ — م، در ماه فوریه ۷، و در ماه مارس ۹ روز از چنین روزهائی وجود دارد.

٤. هر دو نفر به تعداد مساوی عابرین را شمرده‌اند. در حالیکه شخصیکه در نزدیکی خانه ایستاده بود و عابرین را در هر دو سوی حرکت آنها میشمرد شخصیکه پس و پیش میرفت با تعداد دو برابر عابرین رو برو شده است.

میتوان طور دیگری نیز قضاوت کرد. زمانیکه آن یکی از شمارشگران که در پیاده‌رو پس و پیش میرفت بار اول نزد رفیق ایستادهٔ خود برگشت هر دوی آنها به تعداد مساوی عابرین‌را شمرده بودند زیرا هر عابری که از پهلوی شخص ایستاده گذشته بود سر راه (رفت یا برگشت) شخص گردش‌کننده نیز واقع شده است (و برعکس). هر مرتبه در راه بازگشت نزد رفیق ایستادهٔ خود، شخص گردش‌کننده همان تعداد عابرین‌را میشمرد که رفیق ایستادهٔ وی. عین این امر در پایان یک ساعت نیز، زمانیکه آنها برای آخرین دفعه با هم ملاقات کردند و نتیجهٔ شمارش را به یکدیگر اعلام نمودند، صورت گرفت.

۵. در نظر اول واقعاً چنین بنظر میآید که مسئله درست طرح نشده است: چنین مینماید که نوه و پدر بزرگ هم‌سن هستند. اما بطوریکه حالا میبینیم شرط مسئله به آسانی برآورده میشود.

واضح است که نوه در سدهٔ بیستم متولد شده است. بنا بر

این، دو رقم اول سال تولدش ۱۹ است یعنی برابر با تعداد سده‌ها. عددیرا که سایر ارقام سال تولدش بیان میکنند پس از جمع شدن با خودش باید مساوی ۳۲ گردد. بنا بر این، این عدد ۱۶ است. بدینترتیب سال تولد نوه ۱۹۱۶، و در سال ۱۹۳۲، ۱۶ سال از عمرش گذشته بود. پدر بزرگش البته متولد قرن نوزده بوده است. بنا بر این، دو رقم اول سال تولدش ۱۸ است. دو برابر عددیکه با سایر ارقام سال تولدش بیان شده باید مساوی ۱۳۲ باشد. نتیجه اینکه خود این عدد نصفی از ۱۳۲ بوده و برابر ۶۶ است. بدینترتیب پدربزرگ در سال ۱۸۶۶ متولد گردیده و در سال ۱۹۳۲ سن وی ۶۶ سال بود.

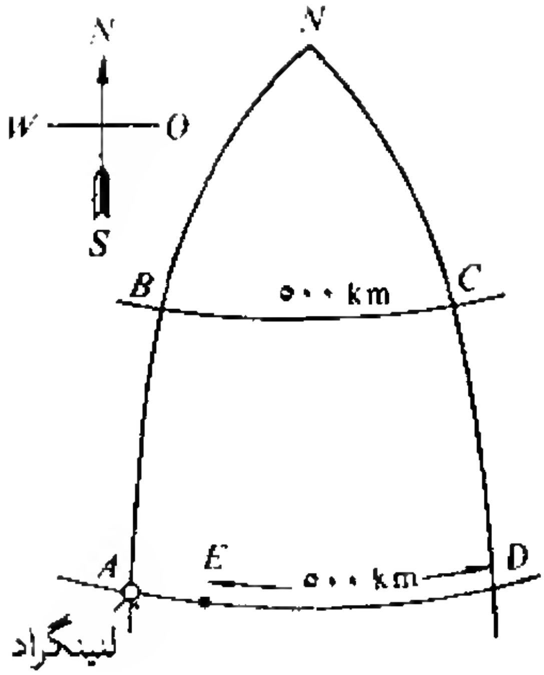
بدینترتیب در سال ۱۹۳۲ سن نوه و پدربزرگ مساوی با عددی بوده است که با دو رقم آخری سال تولد آنها بیان میشود.

۶. در هر یک از ۲۵ ایستگاه، مسافرین میتوانند برای هر ایستگاه دلخواه یعنی برای ۲۴ نقطه بلیط تقاضاء نمایند. بدینترتیب تعداد انواع مختلف بلیط که باید چاپ گردد برابر ۲۵×۲۴=۶۰۰ است.

هرگاه مسافرین حق خریداری بلیطهای دوطرفه‌را نیز داشته باشند در آنصورت تعداد نمونه‌های بلیط دو برابر افزایش می‌یابد یعنی به ۱۲۰۰ میرسد.

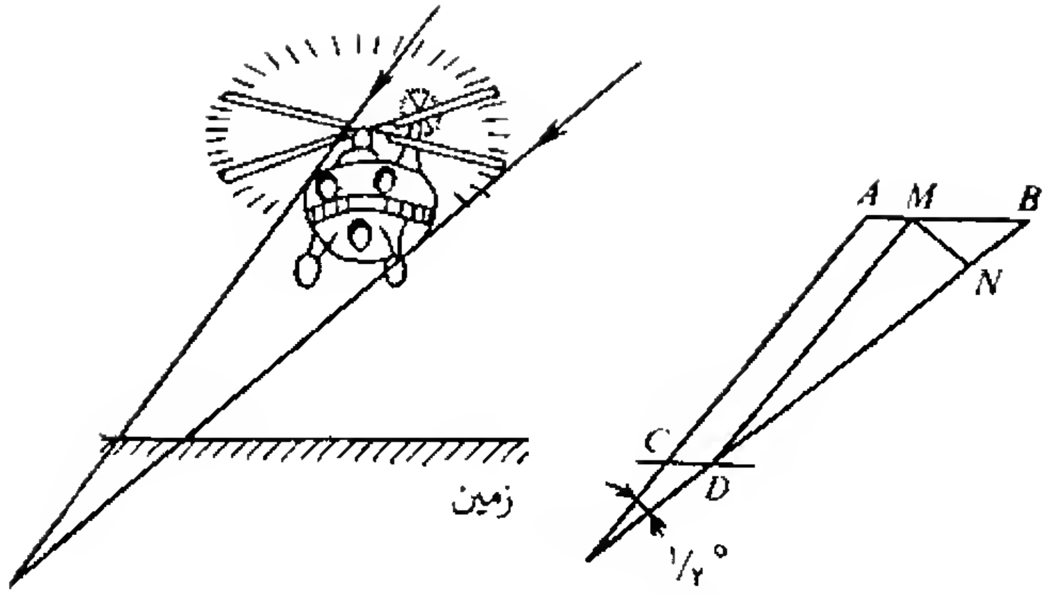
۷. در این مسئله هیچ تضادی وجود ندارد. نباید فکر کرد که هلیکوپتر در مسیر محیط مربع پرواز نموده است؛ باید شکل کروی زمین‌را در نظر داشت. موضوع در اینست که خطوط نصف‌النهار در شمال با هم نزدیک میشوند (شکل ۳). به این لحاظ هلیکوپتر پس از طی نمودن ۵۰۰ کیلومتر در مدار موازی واقع در فاصلهٔ ۵۰۰ کیلومتری شمال مدار لنینگراد به تعداد درجه‌های بیشتر به طرف شرق رفته بود نسبت به پروازی که در مسیر معکوس کرد و دوباره در عرض جغرافیائی لنینگراد قرار گرفت. در نتیجه پس از پایان پرواز، هلیکوپتر از طرف شرقی در فاصله‌ای از لنینگراد فرود آمد.

اما دقیقاً در چه فاصله‌ای؟ این فاصله‌را میتوان محاسبه نمود. در شکل ۳ شما مسیر حرکت هلیکوپتر، $ABCDE$ را میبینید. نقطهٔ N قطب شمال است و خطوط نصف‌النهار AB و DC در این نقطه تلاقی میکنند. هلیکوپتر اولا ۵۰۰ کیلومتر به سمت شمال یعنی در مسیر نصف النهار AN پرواز نمود. چون یک درجهٔ نصف‌النهار معادل ۱۱۱ کیلومتر است پس کمان نصف



شکل ۳

النهار بطول ۵۰۰ کیلومتر حاوی $\frac{۵۰۰}{۱۱۱}\approx ۴,۵^\circ$ میباشد. لنینیگراد در مدار ۶۰° واقع است لذا نقطهٔ B در عرض $۶۰^\circ + ۴,۵^\circ = ۶۴,۵^\circ$ قرار دارد. سپس هلیکوپتر در جهت شرق یعنی در مسیر مدار BC فاصلهٔ ۵۰۰ کیلومتر را طی نمود. طول یکدرجهٔ این مدار را میتوان محاسبه نمود (و یا از جدول گرفت). آن تقریباً برابر با ۴۸ کیلومتر است. از اینجا به سهولت میتوان تعیین نمود که هلیکوپتر چند درجه به طرف شرق پرواز نموده است: $\frac{۵۰۰}{۴۸}\approx ۱۰,۴^\circ$.
بعد هلیکوپتر سمت حرکتش را بطرف جنوب تغییر داده و در مسیر نصف النهار CD فاصلهٔ ۵۰۰ کیلومتر را طی نمود و باید دوباره در مدار لنینگراد قرار میگرفت. اکنون سمت حرکت به طرف غرب یعنی در مسیر AD میباشد. واضحست که ۵۰۰ کیلومتر این مسیر کوتاه‌تر از فاصلهٔ AD میباشد. فاصلهٔ AD دارای همان تعداد درجات است که فاصلهٔ BC دارد یعنی $۱۰,۴^\circ$. اما طول هر درجه در عرض ۶۰° تقریباً ۵۵,۵ کیلومتر است. بنا بر این، فاصله بین A و D مساویست با $۵۵,۵ \times ۱۰,۴ \approx ۵۷۷$ کیلومتر.
ما می‌بینیم که هلیکوپتر نمیتوانست در لنینگراد فرود آید چون ۷۷ کیلومتر نرسیده بر فراز دریاچهٔ لادوژسکویه واقع شده بود و فقط روی آب میتوانست فرود آید.



شکل ٤

۸. شرکت‌کنندگان صحبت در بارهٔ این مسئله، مرتکب یک سلسله اشتباهات گردیدند. این مطلب که گویا اشعهٔ آفتاب که روی کرهٔ زمین می‌افتد بصورت قابل ملاحظه متباعد است درست نیست. زمین در مقایسه با فاصلهٔ آن تا آفتاب به اندازه‌ای کوچک است که اشعهٔ آفتاب که روی قسمتی از سطح آن میتابد به زاویهٔ غیر قابل ملاحظه کوچک متباعد میشوند و بنا بر این، اشعهٔ مذکور را عملا میتوان موازی شمرد. اینکه ما بعضی اوقات (هنگام به اصطلاح «تابش از پشت ابرها») اشعهٔ آفتاب را به شکل بادبزن متباعد میبینیم فقط نتیجهٔ دورنمائی است.

در اثر دورنمائی، خطوط موازی متقارب بنظر میرسد. برای مثال، منظرهٔ ریل‌ها و یا خیابان طویل مشجری را بخاطر آورید که بدور امتداد یافته است.

و اما از اینکه اشعهٔ آفتاب بصورت دستهٔ موازی روی زمین میتابد به هیچ وجه نتیجه نمیشود که سایهٔ مطلق هلیکوپتر مساوی به عرض خود آن است. با تماشای شکل ٤ شما در می‌یابید که سایهٔ مطلق هلیکوپتر در فضا در جهت زمین منقبض میگردد. و لذا سایه‌ایکه به زمین میافتد باید باریکتر از خود هلیکوپتر باشد: CD کوچکتر از AB است.

هرگاه ارتفاع پرواز هیلکوپتر را بدانیم میتوانیم این اختلاف‌را تعیین نمائیم. فرض کنیم هلیکوپتر در ارتفاع ۱۰۰ متر بالای

سطح زمین پرواز میکند. زاویه‌ای را که خطوط راست AC و BD تشکیل میدهند مساویست به زاویه‌ایکه تحت آن آفتاب از زمین روئیت میگردد. این زاویه معلوم است و تقریباً مساوی به ۱/۲ درجه میباشد. از طرف دیگر معلوم است هر شیئیکه تحت زاویهٔ ۱/۲ درجه دیده میشود بفاصلهٔ برابر با ۱۱۵ قطر خود از چشم قرار دارد. بدینترتیب، قطعه خط MN (این قطعه خط از سطح زمین تحت زاویهٔ ۱/۲ درجه دیده میشود) باید یکصد و پانزدهم AC را تشکیل دهد. اندازهٔ AC بزرگتر از فاصلهٔ عمودی نقطهٔ A تا سطح زمین است. هرگاه زاویه بین جهت اشعهٔ آفتاب و سطح زمین ۴۵ درجه باشد آنگاه AC (در حالیکه ارتفاع پرواز هلیکوپتر ۱۰۰ متر باشد) تقریباً ۱۴۰ متر خواهد بود و بنا بر این، قطعه خط MN مساویست به $\frac{۱۴۰}{۱۱۵} \approx ۱٫۲$ متر.

اما اضافهٔ عرض هلیکوپتر نسبت به سایهٔ آن یعنی قطعه خط MB، از MN ۱٫۴ مرتبه بزرگتر است زیرا زاویه MBD تقریباً مساوی به ۴۵ درجه است. لذا MB مساویست به ۱٫۲×۱٫۴ یعنی قریب ۱٫۷ متر.

همهٔ مراتب فوق در مورد سایهٔ مطلق یا کاملا سیاه و واضح‌الحدود هلیکوپتر صدق میکند و با به اصطلاح نیمسایه که ضعیف و مبهم است هیچ ارتباطی ندارد.

ضمناً محاسبهٔ ما نشان میدهد که اگر بجای هلیکوپتر، با بادکنک اکتشافی هواشناسی با قطر کمتر از ۱٫۷ متر سر و کار داشتیم به هیچ وجه سایهٔ مطلق‌را بر سطح زمین نمی‌انداخت و فقط نیمسایهٔ مبهم آن دیده میشد.

۹. این مسئله‌را از آخر حل میکنند. این نکته‌را مبدأ استدلال قرار میدهیم که پس از همهٔ جابجاشدگی‌ها تعداد کبریتها در توده‌ها با هم مساوی شده است. چون در نتیجهٔ این جابجاشدگی‌ها تعداد کلی کبریت‌ها تغییر نکرده و همان که بوده مانده (۴۸) پس در هر توده بعد از تمام جابجاشدگی‌ها ۱۶ عدد چوب کبریت از کار در آمده است.

بدینترتیب در آخرین مرحله داریم:

تودهٔ اول   تودهٔ دوم   تودهٔ سوم
۱۶   ۱۶   ۱۶

درست قبل از این به تودهٔ اول آنقدر کبریت علاوه گردید که قبلا در آن وجود داشت یا، بعبارت دیگر، تعداد کبریت‌ها در آن دوچندان شد. یعنی قبل از آخرین جابجاشدگی در تودهٔ اول نه ۱۶ کبریت بلکه فقط ۸ تا کبریت وجود داشت. و اما در تودهٔ سوم که از آن ۸ تا کبریت گرفته شد قبلا ۱۶ + ۸ = ۲۴ تا کبریت موجود بود.
اکنون کبریت‌ها بدینگونه به توده‌ها تقسیم شده است:

تودهٔ اول   تودهٔ دوم   تودهٔسوم
۸   ۱۶   ۲۴

علاوه بر این، ما میدانیم که قبل از این از تودهٔ دوم به تودهٔ سوم همان تعداد کبریت علاوه شد که قبلا در تودهٔ سوم موجود بود. پس ۲۴ تعداد مضاعف کبریت‌هائی است که قبل از این جابجاشدگی در تودهٔ سوم وجود داشت. از اینجا تقسیمات کبریت‌هارا پس از جابجاشدگی اول در می‌یابیم:

تودهٔ اول   تودهٔ دوم   تودهٔ سوم
۸   ۲۸ = ۱۲ + ۱۶   ۱۲

به سهولت میتوان درک نمود که قبل از جابجاشدگی اول (یعنی قبل از آنکه از تودهٔ اول به تودهٔ دوم همان تعداد کبریت علاوه گردید که قبلا در تودهٔ دوم موجود بود) تقسیمات کبریت‌ها بدینگونه بود:

تودهٔ اول   تودهٔ دوم   تودهٔ سوم
۲۲   ۱۴   ۱۲

چنین بود تعداد اولیهٔ کبریت‌ها در توده‌ها.

۱۰. این معما نیز آسانتر است هرگاه از طرف آخر حل شود. ما میدانیم که پس از تضاعف سوم، در کیسه ۱ روبل و ۲۰ کوپک

موجود بود (این پول‌را پیرمرد برای آخرین بار حاصل کرد). اما قبل از این تضاعف، مقدار پول چقدر بود؟ واضح است که ۶۰ کوپک و این ۶۰ کوپک بعد از پرداخت ۱ روبل و ۲۰ کوپک برای دومین بار به پیرمرد، باقیمانده بود. اما قبل از پرداخت، در کیسه ۱ روبل و ۲۰ کوپک + ۶۰ کوپک = ۱ روبل و ۸۰ کوپک موجود بود.

حال، ۱ روبل و ۸۰ کوپک پس از تضاعف دوم در کیسه وجود داشت. و قبل از آن فقط ۹۰ کوپک در کیسه موجود بود که پس از پرداخت اولین ۱ روبل و ۲۰ کوپک به پیرمرد باقی مانده بود. از اینجا در می‌یابیم که قبل از پرداخت در کیسه ۹۰ کوپک + ۱ روبل و ۲۰ کوپک = ۲ روبل و ۱۰ کوپک موجود بود. همین مقدار پول بعد از اولین تضاعف در کیسه موجود بود. و اما قبل از آن، دو مرتبه کمتر یعنی ۱ روبل و ۵ کوپک بود. و این مقدار پولی است که با آن دهقان به این عملیات مالی غیر موفقانه خود شروع کرد.

جواب‌را امتحان میکنیم:

پول در کیسه:

پس از تضاعف اول... ۱ روبل و ۵ کوپک × ۲ = ۲ روبل و ۱۰ کوپک،

پس از پرداخت اول..... ۲ روبل و ۱۰ کوپک — ۱ روبل و ۲۰ کوپک = ۹۰ کوپک،

پس از تضاعف دوم... ۹۰ کوپک × ۲ = ۱ روبل و ۸۰ کوپک،

پس از پرداخت دوم.... ۱ روبل و ۸۰ کوپک — ۱ روبل و ۲۰ کوپک = ۶۰ کوپک،

پس از تضاعف سوم... ۶۰ کوپک × ۲ = ۱ روبل و ۲۰ کوپک،

پس از پرداخت سوم... ۱ روبل و ۲۰ کوپک — ۱ روبل و ۲۰ کوپک = صفر.

۱۱. تقویم اروپایی براساس تقویم رومیان قدیم بنا شده است. رومیان(تا ژولیوس سزار) شروع سال را نه در اول ژانویه بلکه در

اول ماه مارس قرار داده بودند. بنا بر این، در آن دوران دسامبر ماه دهم بود. پس از انتقال شروع سال به اول ژانویه اسامی ماهها تغییر نکرد. اختلاف کنونی بین اسامی و شماره ترتیبی بعضی ماه‌ها ناشی از این امر میباشد.

نام ماه	مفهوم نام ماه	شمارهٔ ترتیبی
سپتامبر	هفتم	۹
اکتبر	هشتم	۱۰
نوامبر	نهم	۱۱
دسامبر	دهم	۱۲

۱۲. عملیات معموله بر عدد مورد نظر را پی‌گیری میکنیم. قبل از همه در پهلوی آن، عدد سه‌رقمی انتخابی یک بار دیگر نوشته شد. این عمل معادل آنست که در پهلوی عدد مذکور سه صفر گذاشته، و بعد عدد اولیه اضافه شود. بطور مثال:

$$۸۷۲ + ۸۷۲۰۰۰ = ۸۷۲۸۷۲$$

حالا واضح است که با این عدد چه عملیاتی صورت گرفته است: آنرا ۱۰۰۰ مرتبه بزرگتر ساختند و بعد خود آنرا اضافه کردند. مخلص کلام اینکه عدد مذکور را در ۱۰۰۱ ضرب کردند.

خوب، بعداً این حاصل‌ضرب چه شد؟ آن را بطور پی در پی بر ۷، بر ۱۱ و بر ۱۳ تقسیم نمودند. پس در نهایت امر آن را بر ۱۳×۱۱×۷ یعنی بر ۱۰۰۱ تقسیم کردند. بدینترتیب عدد مورد نظر را اولا در ۱۰۰۱ ضرب، و سپس بر ۱۰۰۱ تقسیم کردند. آیا میتوان تعجب کرد که در نتیجه همان عدد حاصل شد؟

قبل از اینکه فصل معماهای خانهٔ استراحت را بپایان برسانم راجع به سه معمای دیگر حساب حکایت میکنم که بکمک آنها شما میتوانید رفقایتانرا در موقع فراغت سرگرم نگهدارید. دو تا از آنها

مربوط به حدس زدن عدد، و سومی مربوط به پیدا کردن صاحبان اشیاء میباشد.

این معماها بسیار قدیمی بوده و شاید هم برایتان آشنا باشند ولی گمان نمیرود که پایهٔ آنهارا همه بدانند. حال آنکه بدون دانستن پایهٔ نظری معما نمیتوان آنرا آگاهانه و مطمئنانه انجام داد. توجیه دو معمای اول از ما ایجاب مینماید یک سیر کوچک و دور از خستگی‌را در قلمرو جبر ابتدائی انجام دهیم.

۱۳. رقم خط خورده. بگذار رفیق شما یک عدد چندرقمی مثلا ۸۴۷ را در ذهن خود انتخاب کند. به او پیشنهاد کنید که حاصل‌جمع ارقام این عدد یعنی (۸ + ۴ + ۷) = ۱۹ را پیدا نماید و آنرا از عدد مورد نظر تفریق کند. ماحصل عبارت است از

۸۴۷ − ۱۹ = ۸۲۸

بعد بگذار در عدد حاصله یکی از ارقام را خط بزنند، تازه هم مهم نیست کدام یک را، و دو رقم دیگررا به شما بگوید. شما بلافاصله رقم خط خورده را باو میگوئید اگر چه عدد مورد نظر را نمی‌دانید و شاهد نبودید چه عملیاتی روی آن صورت گرفته بود.

به چه ترتیبی شما میتوانید این کاررا انجام دهید و کلید این معما چیست؟

این کار بطور بسیار ساده‌ای انجام میشود: رقمی را انتخاب میکنید که با حاصل‌جمع ارقام ابلاغی، نزدیکترین عددی را تشکیل دهد که بدون باقیمانده بر ۹ قابل تقسیم باشد. هرگاه بطور مثال در عدد ۸۲۸ رقم اول (۸) خط خورده و به شما ارقام ۲ و ۸ ابلاغ گردیده است آنگاه پس از جمع نمودن ۲ + ۸ شما در می‌یابید که تا نزدیکترین عدد قابل تقسیم بر ۹ یعنی تا عدد ۱۸، ۸ کم است. و همین هم رقم خط خورده است.

چرا اینطور میشود؟ به خاطر اینکه هرگاه از یک عدد حاصل‌جمع ارقام آن تفریق گردد عددی حاصل میشود که بر ۹ قابل تقسیم است و یا بعبارت دیگر عددیکه حاصل‌جمع ارقام آن بر ۹ قابل تقسیم میباشد. در واقع هم فرض میکنیم که در عدد مورد نظر، a رقم

صده‌ها، b رقم دهه‌ها و c رقم آحاد باشد. بنا بر این، تعداد آحاد در این عدد عبارت است از

$$۱۰۰a+۱۰b+c$$

از این عدد، حاصل‌جمع ارقام آن، $a+b+c$، را تفریق میکنیم. حاصل میکنیم:

$$۱۰۰a+۱۰b+c-(a+b+c)=۹۹a+۹b=۹(۱۱a+b)$$

اما واضح است که $۹(۱۱a+b)$ بر ۹ قابل تقسیم است. بنا بر این، پس از تفریق نمودن حاصل‌جمع ارقام یک عدد از خودش، همیشه عددی حاصل میگردد که بر ۹ بدون باقیمانده قابل تقسیم میباشد.

شاید چنین اتفاق افتد که خود حاصل‌جمع ارقام ابلاغ شده بر ۹ قابل تقسیم باشد (مثلا ٤ و ٥). این نشانگر آنست که رقم خط خورده یا صفر است و یا ۹. و شما باید به همین ترتیب جواب دهید: صفر یا ۹.

اینک شکل تغییر یافتهٔ این معما را می‌آوریم: بجای آنکه از عدد مورد نظر، حاصل‌جمع ارقام آنرا تفریق نمائید، میتوانید عددی را تفریق کنید که از عدد داده شده از طریق جابجا کردن ارقام آن حاصل شده باشد. مثلا از عدد ۸۲٤۷ میتوان عدد ۲۷٤۸ را تفریق کرد (هرگاه عدد حاصله بزرگتر از عدد مورد نظر باشد آنگاه عدد کوچکتر را از عدد بزرگتر تفریق نمائید). بعد بطوری عمل میکنید که قبلا گفته شد: ۵٤۹۹ = ۸۲٤۷ − ۲۷٤۸. هرگاه رقم ٤ خط خورده باشد پس شما با دانستن ارقام ۵، ۹، ۹ در می‌یابید که نزدیکترین به ۵ + ۹ + ۹ یعنی به ۲۳ عددی که بر ۹ قابل تقسیم باشد ۲۷ است. بنا بر این، عدد خط خورده ٤ = ۲۳ − ۲۷ است.

۱٤. دریافتن عدد بدون هیچگونه پرسشی. شما به رفیقتان پیشنهاد میکنید که یک عدد دلخواه سه‌رقمی را که رقم آخر آن صفر نباشد در نظر بگیرد (منتها عدد باید چنان باشد که اختلاف بین ارقام کناری آن از ۲ کمتر نباشد) و بعد خواهش میکنید که ارقام آنرا به ترتیب معکوس بگذارد. پس از اجرای این عمل او باید عدد

کوچکتر را از عدد بزرگتر تفریق نماید و حاصل‌تفریق را با خودش منتها به ترتیب معکوس ارقام آن جمع نماید. بدون آنکه از رفیقتان سؤالی کنید عدد حاصله را برایش میگوئید.

هرگاه بطور مثال عدد ۴۶۷ در نظر گرفته شود، رفیقتان باید عملیات ذیل را انجام دهد:

$$467;\ 764;\quad -\frac{\begin{array}{r}764\\467\end{array}}{297}\qquad +\frac{\begin{array}{r}297\\792\end{array}}{1089}$$

شما هم این نتیجهٔ نهائی یعنی ۱۰۸۹ را به رفیقتان اعلام میدارید. ولی چطور شما این عدد را پیدا میکنید؟

مسئله را به شکل کلی آن بررسی میکنیم. عددی را با ارقام a، b، c در نظر میگیریم بطوریکه رقم a حد اقل دو واحد بزرگتر از c باشد. این عدد چنین نوشته میشود:

$$100a+10b+c$$

عددیکه ارقام آن به ترتیب معکوس قرار دارند بشکل زیر است:

$$100c+10b+a$$

حاصل‌تفریق اعداد اولی و دومی مساویست با

$$99a-99c$$

تبدیلات زیر را انجام میدهیم:

$$99a-99c=99(a-c)=100(a-c)-(a-c)=$$
$$=100(a-c)-100+100-10+10-a+c=$$
$$=100(a-c-1)+90+(10-a+c)$$

یعنی حاصل‌تفریق از سه رقم زیر متشکل میباشد:

رقم صده‌ها: $a-c-1$،
رقم دهه‌ها: ۹،
رقم واحدها: $10+c-a$

عددیکه ارقام آن به ترتیب معکوس قرار دارند شکل زیر را بخود میگیرد:

$$۱۰۰(۱۰+c-a)+۹۰+(a-c-۱)$$

با جمع نمودن هر دو عبارت

$$\begin{array}{r} ۱۰۰(a-c-۱)+۹۰+۱۰+c-a \\ + \quad ۱۰۰(۱۰+c-a)+۹۰+a-c-۱ \end{array}$$

حاصل میکنیم:

$$۱۰۰\times۹+۱۸۰+۹=۱۰۸۹$$

بدینترتیب، اعم از چگونگی انتخاب ارقام a، b و c همیشه همان عدد ۱۰۸۹ حاصل میگردد. بنا بر این، حدس زدن نتیجهٔ این محاسبات مشکل نیست زیرا از قبل برایتان معلوم بود.

واضح است که نباید این معما دو مرتبه به یک شخص نشان داده شود والا راز آن فاش میشود.

۱۰. کدام کس کدام چیز را گرفت؟ جهت نمایش این معمای جالب باید سه شیىء کوچکی را که راحت در جیب جا بگیرد تهیه کنیم مثلا مداد، کلید و چاقوی قلمتراش. بعلاوه، در روی میز بشقابی حاوی ۲۴ دانه پسته‌را بگذارید و اگر احیاناً پسته وجود نداشت میتوانید از مهره‌های نرد، شطرنج و یا از چوبهای کبریت و غیره استفاده نمائید.

به سه رفیقتان پیشنهاد میکنید که در غیاب شما مداد، کلید و یا چاقوی قلمتراش را هر کی هر چه میخواهد به جیب بگذارند. شما ادعا میکنید که میتوانید بگوئید کدام شیىء در جیب کدام کس قرار دارد.

روش دریافت جواب چنین است. پس از آنکه اشیاء در جیب‌های رفقا قرار گرفتند شما به اتاق بازگشت میکنید و به هر یک از آنان

از بشقاب پسته میدهید تا نگه دارند. به رفیق اولی یک دانه پسته، به دومی دو دانه و به سومی سه دانه پسته میدهید. بعد دوباره اتاق‌را ترک میکنید و این دستور را برای آنها میگذارید: هر یک از رفقا باید باز هم از بشقاب پسته بگیرند بطوریکه دارندهٔ مداد به اندازه‌ای که به او داده شده بود، دارندهٔ کلید دو بار بیشتر از تعدادیکه باو داده شده بود، و دارندهٔ چاقوی قلمتراش چهار بار بیشتر از تعداد پسته‌هائیکه به او داده شده بود بگیرد.

بقیهٔ پسته‌ها در بشقاب میمانند.

وقتیکه تمام این عملیات انجام یافت و بشما علامت داده شد که میتوانید به اتاق باز گردید، شما به بشقاب نگاهی میکنید و اعلام میکنید کدام چیز در جیب کدام کس است.

این معما رفقا را بیشتر باین علت به مخمصه میاندازد که بدون شرکت مددکار مخفی نمایش داده میشود که بتواند بطور نامشهود بشما علامت بدهد. هیچ فریبی در این معما وجود ندارد و سراپا بر اساس محاسبات حسابی مبتنی است. شما دارندهٔ هر شیيء را فقط از روی تعداد پسته‌های باقیمانده پیدا میکنید. تعداد پسته‌های باقیمانده در بشقاب زیاد نیست، از ۱ تا ۷ است و با یک نگاه میتوان آنهارا شمرد. و اما چگونه با شمارش تعداد باقیماندهٔ پسته‌ها میتوان دریافت که کدام کس کدام چیز را گرفته است؟

بسیار ساده: با هر حالت توزیع اشیاء بین رفقا تعداد معین پسته‌های باقیمانده متناظر است. ما اکنون از این امر یقین حاصل میکنیم.

فرض میکنیم اسامی رفقای شما که یک، دو و سه دانه پسته دریافت کرده‌اند بترتیب، ولادیمیر، گیورگی و کنستانتین باشد. آنها را با حروف اول اسامی‌شان V، G و K نشان میدهیم. اشیاءرا نیز با حروف نشان میدهیم: مداد — a، کلید — b و چاقوی قلمتراش — c. چگونه سه شیيء ممکن است بین سه نفر تقسیم گردد؟ به شش طریق ذیل:

V	G	K
a	b	c
a	c	b
b	a	c
b	c	a
c	a	b
c	b	a

واضح است که حالات دیگر نمیتواند وجود داشته باشد و جدول ما تمام حالات را در بر میگیرد.

حال ببینیم کدام باقیمانده با هر یک از شش حالت فوق متناظر است:

VGK	تعداد پسته‌های گرفته شده	حاصل جمع	باقیمانده
abc	۱ + ۱ = ۲؛ ۲ + ٤ = ٦؛ ۳ + ۱۲ = ۱۵	۲۳	۱
acb	۱ + ۱ = ۲؛ ۲ + ۸ = ۱۰؛ ۳ + ٦ = ۹	۲۱	۳
bac	۱ + ۲ = ۳؛ ۲ + ۲ = ٤؛ ۳ + ۱۲ = ۱۵	۲۲	۲
bca	۱ + ۲ = ۳؛ ۲ + ۸ = ۱۰؛ ۳ + ۳ = ٦	۱۹	۵
cab	۱ + ٤ = ۵؛ ۲ + ۲ = ٤؛ ۳ + ٦ = ۹	۱۸	٦
cba	۱ + ٤ = ۵؛ ۲ + ٤ = ٦؛ ۳ + ۳ = ٦	۱۷	۷

شما ملاحظه میکنید که در هر حالت، باقیماندهٔ پسته‌ها مختلف است. بنا بر این، با دانستن باقیمانده شما به سادگی درمی‌یابید که تقسیم اشیاء بین رفقایتان چگونه است. شما مرتبهٔ سوم اتاق‌را ترک گفته و در دفترچهٔ یادداشت خود به جدول مذکور در فوق نگاه میکنید (در حقیقت، فقط ستون اول و آخر جدول برایتان لازم

است). بخاطر داشتن جدول مشکل بوده و تازه هم لزومی ندارد. جدول به شما خبر میدهد که کدام شیء در جیب کدام کس قرار دارد. بطور مثال هرگاه در بشقاب ه دانه پسته باقی مانده باشد بمعنی آنست که (حالت bca) کلید نزد ولادیمیر، چاقوی قلمتراش نزد گیورگی و مداد نزد کنستانتین است.

برای اینکه معما باموفقیت نشان داده شود شما باید دقیقاً بخاطر داشته باشید که چند دانه پسته به هر رفیق داده‌اید.

مظاهر ریاضی در بازیها

بازی دمینو

۱۶. زنجیری از ۲۸ مهرهٔ دمینو. چرا میتوان با رعایت قواعد بازی دمینو هر ۲۸ مهرهٔ آن را بصورت یک زنجیر ممتد ترتیب داد؟

۱۷. ابتدا و انتهای زنجیر. فرض میکنیم وقتیکه ۲۸ مهرهٔ دمینو در یک زنجیر ترتیب یافت در یکی از سرهای آن شمارهٔ ۰ قرار گرفته باشد.

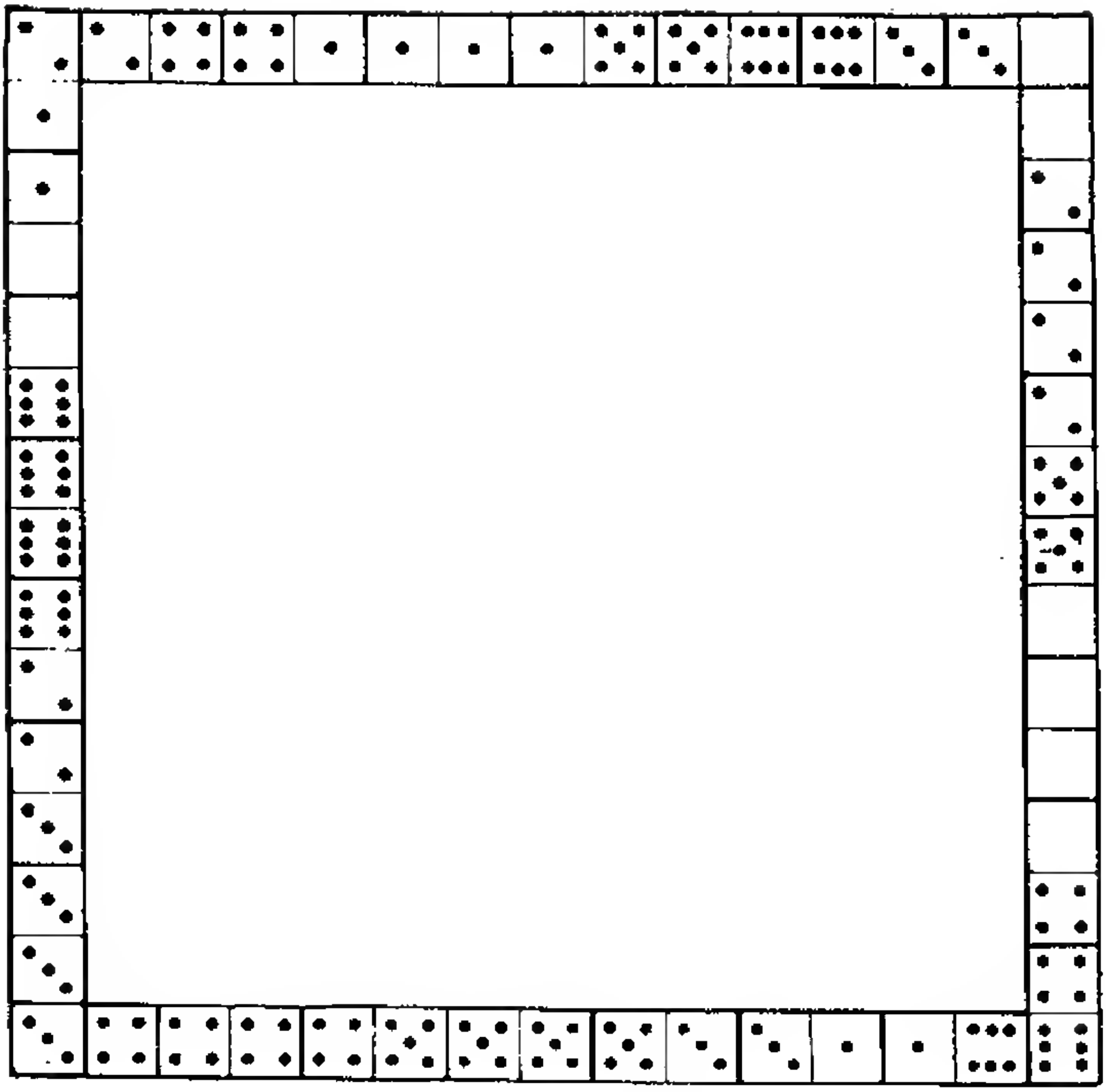
در سر دیگر آن چه شماره‌ای قرار میگیرد؟

۱۸. شعبده بازی دمینو. رفیق شما یکی از مهره‌های دمینو را بر داشته و به شما پیشنهاد میکند که از ۲۷ مهرهٔ باقیمانده، زنجیر ممتدی را تشکیل دهید و ضمناً ادعا میکند که این امر همیشه ممکن است اعم از اینکه مهرهٔ بر داشته شده کدام باشد. و خودش به اتاق مجاور میرود تا زنجیر شمارا نبیند.

شما شروع بکار میکنید و قانع میشوید که حق بجانب رفیق شما است یعنی ۲۷ مهره در یک زنجیر ترتیب یافت. ولی تعجب‌آورتر اینست که رفیق‌تان از اتاق پهلو بدون آنکه زنجیرتان را دیده باشد اعلام میکند کدام شماره‌ها در دو سر آن قرار گرفته است.

چطور او این موضوع را میداند؟ و چرا او مطمئن است که از هرگونه ۲۷ مهرهٔ دمینو میتوان زنجیر ممتدی را تشکیل داد؟

۱۹. چهارچوب. در شکل ۵ چهارچوب مربعی ترسیم شده است که از مهره‌های دمینو با رعایت قواعد بازی تشکیل شده است. اضلاع چهارچوب از لحاظ طول مساوی ولی از لحاظ مجموع



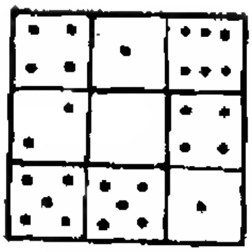
شکل ٥

نمراتشان مختلفند: اضلاع فوقانی و چپ حاوی ٤٤ خال و دو ضلع دیگر دارای ٥٩ و ٣٢ خال میباشد.

آیا شما میتوانید چنان چهارچوب مربعی‌را تشکیل بدهید که همهٔ اضلاع آن دارای مجموع‌های متساوی نمرات باشد یعنی هر یکی ٤٤ خال داشته باشد؟

٢٠. هفت مربع. چهار مهرهٔ دمینورا میتوان طوری انتخاب نمود که از آنها مربعی تشکیل گردد که مجموع نمرات در هر ضلع آن یکی باشد. (نمونهٔ آنرا میتوانید در شکل ٦ تماشا کنید: در همهٔ موارد، با جمع نمودن نمرات در هر ضلع مربع، عدد ١١ را حاصل میکنید.)

آیا میتوانید از تمام مهره‌های دمینو در عین حال هفت مربع از این گونه را تشکیل دهید؟ ضمناً ضرور نیست که مجموع نمرات در هر یک از اضلاع تمام مربع‌ها یکی باشد. تنها شرط اینستکه مجموع نمرات در هر چهار ضلع هر مربع یکی باشد.

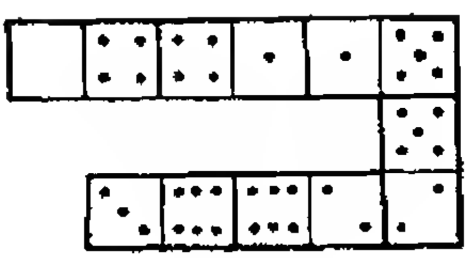


شکل ٦

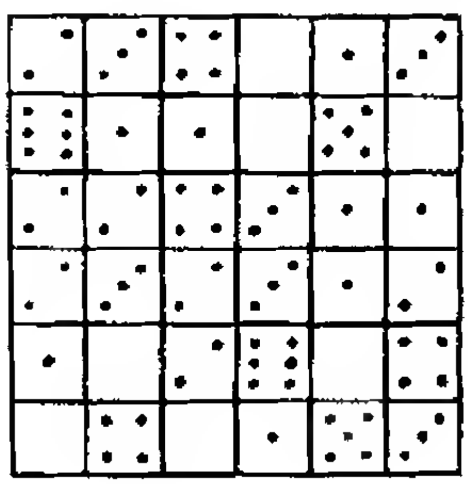
۲۱. مربعات معجزه‌آسا از دمینو. در شکل ۷ مربعی متشکل از ۱۸ مهرهٔ دمینو نشان داده شده است که مجموع نمرات در هر ردیف آن چه در امتداد عرض و طول و چه در امتداد قطر یکسان و مساوی به ۱۳ میباشد. چنین مربعاتی از قدیم‌الایام «معجزه‌آسا» نامیده میشوند.

به شما پیشنهاد میشود که چند مربع معجزه‌آسای ۱۸ مهره‌ای از همین گونه‌را تشکیل دهید منتها بطوریکه مجموع نمرات ردیف مخالف ۱۳ باشد. ناگفته نماند که در مربع معجزه‌آسای مشتمل بر ۱۸ مهره، کمترین و بزرگترین مجموع ردیف میتواند، بترتیب، ۱۳ و ۲۳ باشد.

۲۲. تصاعد از دمینو. شما در شکل ۸، ٦ مهرهٔ دمینو را مشاهده میکنید که مطابق با قواعد بازی گذاشته شده‌اند و فرق میان آنها اینست که تعداد خالها در مهره‌ها (در دو نیمه هر مهره)



شکل ۸



شکل ۷

یک واحد افزایش مییابد. رشته از ۴ شروع شده و متشکل از نمره‌های زیر میباشد:

۴; ۵; ۶; ۷; ۸; ۹

چنین رشته اعدادی که به همان مقدار افزایش (و یا کاهش) می‌یابد بنام «تصاعد حسابی» معروف است. در رشتهٔ ما هر عدد به اندازهٔ یک واحد از عدد ماقبل خود بزرگتر است ولی مقدار «اختلاف» در تصاعد ممکن است هر اندازه باشد.

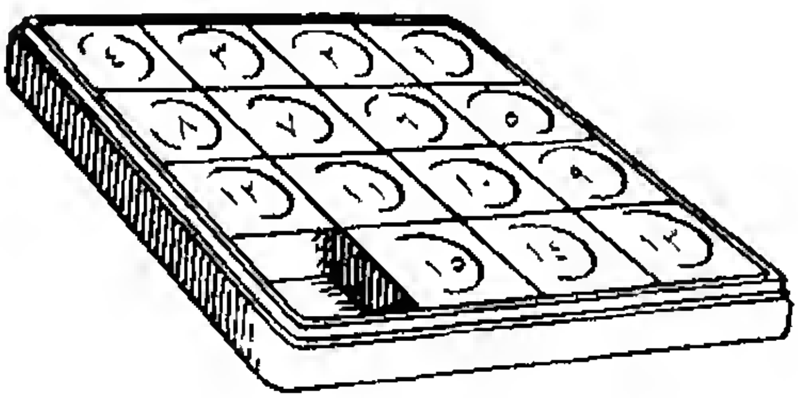
مسئله در آنست که چند تصاعد ۶ مهره‌ای دیگر نیز تشکیل شود.

نرد ۱۵ مهره‌ای

با جعبهٔ دارای ۱۵ مهرهٔ مربعی‌شکل شماره‌گذاری شده همه آشنا هستند. این جعبه تاریخچهٔ بس جالبی دارد که کمتر کسی از بازی‌کنان آنرا میداند. در بارهٔ این بازی از زبان پژوهشگر بازیها، ریاضیدان آلمانی و. آرنس نقل قول میکنیم.

«تقریباً نیم‌قرن پیش در اواخر سالهای ۷۰ در ایالات متحده بازی نرد ۱۵ مهره‌ای سبز شد. این بازی بزودی پخش گردید و به خاطر اینکه تعداد بازی‌کنان آن بینهایت زیاد شده بود به بلای واقعی اجتماعی مبدل گردید.

«عین این صحنه در اینسوی اقیانوس در قارهٔ اروپا بنظر



شکل ۹. بازی ۱۵.

میرسید. در اینجا حتی در وسایل حمل و نقل عمومی در دستهای مسافرین جعبهٔ دارای ۱۵ مهره دیده میشد. در دفاتر و مغازه‌ها مالکان از سرگرمی مستخدمین‌شان مأیوس گردیده و مجبور شدند آنهارا از این بازی در اوقات کار و تجارت منع کنند. صاحبان مؤسسات تفریحاتی و خوشگزرانی از این اشتیاق با مهارت استفاده نموده و مسابقات بزرگ را ترتیب میدادند.

این بازی حتی در تالارهای باشکوه پارلمان امپراطوری آلمان نفوذ کرد. زیگموند گونتر عالم مشهور جغرافیا و ریاضی که در سالهای اوج این بازی نمایندهٔ پارلمان بود بخاطر میاورد: «هنوز هم موسفیدانی را در ذهن خود میبینم که در تالار پارلمان نشسته و بادقت تام به جعبهٔ مربعی در دست‌هایشان نگاه میکنند».

یکی از نویسندگان فرانسوی مینویسد: «در پاریس این بازی در هوای آزاد، در خیابان‌ها پا گذاشته و بزودی از پایتخت به تمام ولایات سرایت کرد. هیچ خانه‌ای در دهکده‌های دوردست وجود نداشت که این عنکبوت در آنجا تار ندوانده باشد تا شکار بیچاره را قربانی خود سازد».

«در سال ۱۸۸۰ تب این بازی به نقطهٔ اوج رسید. ولی بزودی این ظالم بوسیلهٔ علم ریاضی خلع سلاح و مغلوب شد. نظریهٔ ریاضی این بازی ثابت نمود که از تعداد زیاد مسایل پیشنهادی فقط نصف آن قابل حل است و نصف دیگر آن هیچگونه حلی ندارد.

«واضح گردید که چرا بعضی مسایل علیرغم سرسختانه‌ترین مساعی حل نمیشدند و چرا ترتیب‌دهندگان مسابقات، جوایز بزرگ‌را برای حل کنندگان مسایل تعیین مینمودند. در این مورد مخترع این بازی که به ناشر یک روزنامهٔ چاپ نیویورک پیشنهاد نمود تا در شمارهٔ روز یکشنبه یک مسئله حل‌ناپذیر را با جایزهٔ ۱۰۰۰ دلار برای حل کنندهٔ آن بگنجاند، نسبت به همه برتری یافت. چون ناشر روزنامه در تردید بود مخترع آمادگی کامل خویشرا اعلام داشت که این مبلغ را از جیب خود میپردازد. این مخترع ساموئل لوید نام داشت. او بعنوان طراح مسائل جالب و معمی‌های متعدد شهرت وسیعی یافته بود. جالب است که گرفتن سند ثبت اختراع این بازی در امریکا برای وی میسر نبود. مطابق دستورالعمل وی باید «مدل

قابل کار» را جهت ساخت پارتی آزمایشی ارائه میداد. او مسئله‌را به مامور ثبت اختراعات پیشنهاد کرد و هنگامیکه مامور سوءال کرد که آیا این مسئله قابل حل است یا خیر، مخترع مجبور شد چنین جواب دهد: «نه خیر، از نقطهٔ نظر ریاضی این امر امکان‌ناپذیر است». جواب رد این بود که «در اینصورت ساختن مدل قابل کار نیز ناممکن است و بدون مدل صدور سند ثبت اختراع هم مجاز نیست». لوید به این قطع‌نامه قناعت نمود ولی گمان میرود او بیشتر اصرار میکرد اگر موفقیت بینظیر اختراع خود را پیش‌بینی کرده بود*».

اکنون حکایت خود مخترع بازی را راجع به بعضی وقایع از تاریخچهٔ آن نقل قول میکنیم:

لوید مینویسد: «با سابقه‌ترین علاقه‌مندان سلطنت تیزهوشی به یاد دارند که چگونه در اوائل سالهای ۷۰ من تمام جهانیان را مجبور ساختم روی جعبهٔ مهره‌های متحرک که بنام «بازی ۱۵» مسمی گردید سر خود را بدرد آورند (شکل ۱۰). ۱۵ مهره بازی را در جعبهٔ مربع به ترتیب درست چیده بودند و تنها جای مهره‌های شمارهٔ ۱۴ و ۱۵ را بطوریکه در شکل ۱۱ دیده میشود عوض کرده بودند. مسئله در آن بود که بازی‌کنندگان با حرکت دادن پی در پی مهره‌ها آنها را بشکل عادی در آورده و ضمناً ترتیب مهره‌های شماره ۱۴ و ۱۵ را نیز عادی کنند.

«جایزهٔ هزار دلاری را که در برابر اولین حل درست این

۱	۲	۳	٤
٥	٦	۷	۸
۹	۱۰	۱۱	۱۲
۱۳	۱٤	۱٥	

شکل ۱۰

۱	۲	۳	٤
٥	٦	۷	۸
۹	۱۰	۱۱	۱۲
۱۳	۱٥	۱٤	

شکل ۱۱

* از این واقعه در رمان مارک تواین بنام «مدعی امریکائی» استفاده شده است.

شکل ۱۲. «...ماموورین محترمی که شبها تا صبح پای تیر چراغ ایستاده بودند...»

مسئله پیشنهاد شده بود به هیچ کس تعلق نگرفت اگر چه همگان به صورت خستگی‌ناپذیر مشغول حل این مسئله بودند. حکایات جالب در بارهٔ مغازه‌دارانی که به این خاطر فراموش میکردند مغازه‌های خودرا باز کنند یا در بارهٔ ماموورین جاافتاده‌ایکه تمام شب در زیر چراغهای خیابانی ایستاده و راه حل این مسئله را جستجو میکردند از همه طرف بگوش میرسید. هیچ کس نمیخواست از جستجوی راه حل مسئله منصرف شود زیرا همه اطمینان داشتند که بالاخره موفق خواهند شد. میگویند کشتی‌رانان بخاطر این بازی کشتی‌هایشانرا به پایاب راه میدادند، رانندگان قطارهای راه‌آهن بدون توقف از ایستگاه رد میشدند، کشاورزان گاوآهن‌هایشانرا ول میکردند».

حالا خواننده را با اصول نظری این بازی آشنا میسازیم. این نظریه بصورت کامل خود خیلی پیچیده بوده و با یکی از بخش‌های جبر عالی («نظریهٔ مبین‌ها * » قرابت نزدیک دارد. ما فقط به بعضی ملاحظاتی که توسط و. آرنس مطرح گردیده است اکتفاء مینمائیم.

---

* مبین را دترمینان هم میگویند (مترجم).

«معمولا هدف بازی آن است که از طریق حرکت دادن پی در پی مهره‌ها بفراخور جای آزاد، هرگونه حالت اولیهٔ ۱۵ مهره به حالت عادی در آورده شود یعنی به حالتی که مهره‌ها به ترتیب شماره‌های خود قرار گیرند: در گوشهٔ راست بالا — ۱، به طرف چپ — ۲، سپس — ۳، بعد در گوشهٔ چپ بالا — ٤، در ردیف بعدی از راست به چپ، ۵، ٦، ۷، ۸ و غیره. چنین حالت عادی در شکل ۱۰ نشان داده شده است.

«اکنون حالتی‌را تصور کنید که ۱٦ مهره بی نظم و ترتیب قرار گرفته باشند. پس از یک سلسله حرکت دادن‌ها میتوانیم مهرهٔ شمارهٔ ۱ را به حالتی در آوریم که در شکل نشان داده شده است.

«به همان ترتیب میشود مهرهٔ شماره ۲ را بدون دست زدن به مهرهٔ شمارهٔ ۱ در جای مجاور طرف چپ قرار داد. سپس بدون آنکه به مهره‌های شمارهٔ ۱ و ۲ دست بزنیم میتوانیم مهره‌های شمارهٔ ۳ و ٤ را به حالت عادی در آوریم: هرگاه تصادفاً آنها در دو ستون عمودی آخری قرار نداشته باشند میتوان بآسانی آنهارا به این محل آورد و سپس با یک سلسله حرکت دادن‌ها به حالت مطلوب رسید. اکنون که سطر بالائی مهره‌های شمارهٔ ۱، ۲، ۳، ٤ سر و سامان پیدارد ضمن عملیات بعدی روی مهره‌ها ما به این ردیف دست نمیزنیم. به همان ترتیب کوشش میکنیم سطر دوم مهره‌های شمارهٔ ۵، ٦، ۷، ۸ را به ترتیب عادی در آوریم. بآسانی میتوان دید که این امر همیشه قابل اجراء میباشد. بعد باید مهره‌های شمارهٔ ۹ و ۱۳ را در فضای دو ردیف آخر به حالت عادی آورد. این امر نیز همیشه ممکن است. از تمام مهره‌های ۱، ۲، ۳، ٤، ۵، ٦، ۷، ۸، ۹ و ۱۳ که به حالت عادی قرار گرفته اند هیچیک را از جایش تکان نمیدهیم. فضای کوچکی مشتمل بر شش خانه باقی میماند که از آنجمله یک خانه خالی و در پنج خانهٔ دیگر مهره‌های شمارهٔ ۱۰، ۱۱، ۱۲، ۱٤ و ۱۵ به ترتیب دلخواه قرار دارند. در حدود این فضای شش‌خانه‌ای همیشه میتوان مهره‌های شمارهٔ ۱۰، ۱۱، ۱۲ را به حالت عادی در آورد. پس از آنکه این عمل هم انجام گرفت در ردیف آخر، مهره‌های شمارهٔ ۱٤ و ۱۵ یا به ترتیب عادی قرار میگیرند و یا بر عکس (شکل ۱۱). از این طریق که

خوانندگان به آسانی میتوانند آنرا عملی کنند ما به نتیجهٔ زیر میرسیم.

«هر حالت اولیه را میتوان یا به حالت شکل ۱۰ (حالت ۱) و یا به حالت شکل ۱۱ (حالت ۲) در آورد.

«هرگاه یک حالت که به خاطر اختصار آنرا با حرف S نشان میدهیم قابل تبدیل به حالت ۱ باشد پس معلوم است که عکس آن نیز امکان‌پذیر است یعنی تبدیل حالت ۱ به حالت S. زیرا تمام حرکات مهره‌ها برگشت‌پذیر میباشد؛ بطور مثال هرگاه ما بتوانیم در طرح ۱، مهرهٔ شمارهٔ ۱۲ را در خانهٔ خالی قرار دهیم آنگاه میتوانیم با حرکت در جهت معکوس مهرهٔ مذکور را به جای اولیه‌اش باز گردانیم.

«بدینترتیب ما با دو سلسله حالت‌ها سر و کار داریم که حالات یکی را میتوان به حالت عادی ۱، و حالات دیگری را به حالت ۲ آورد. و برعکس، از حالت عادی میتوان هرگونه حالت سلسلهٔ اول را، و از حالت ۲، هرگونه حالت سلسلهٔ دوم را بدست آورد. بالاخره هرگونه دو حالت متعلق به همان سلسله قابل تبدیل متقابل میباشند.

«آیا ممکن نیست جلو برویم و این دو حالت ۱ و ۲ را با هم متحد سازیم؟ میتوان بطور قطعی ثابت نمود (ما وارد تفصیلات نمیشویم) که این دو حالت با هیچ تعداد حرکت‌ها قابل تبدیل متقابل نیستند. بنا بر این، تعداد هنگفت حالات مهره‌ها به دو سلسلهٔ جدا از هم تقسیم میشود:

۱ — حالاتی که قابل تبدیل به حالت عادی ۱ بوده و قابل حل میباشند،

۲ — حالاتی که قابل تبدیل به حالت ۲ بوده و لذا تحت هیچ شرایط به حالت عادی تبدیل نمی‌گردند یعنی حالاتی که حل کنندهٔ آنها مستحق جایزهٔ بزرگ میشد.

«چگونه میتوان دانست که آیا حالت داده شده به سلسلهٔ اولی متعلق است و یا به دومی؟ مثال زیر جواب این سوٴال را میدهد.

«حالت ذیل را در نظر میگیریم.

«ردیف اول به حالت عادی بوده و ردیف دوم نیز به جز آخرین مهره (شمارهٔ ۹) حالت عادی را دارد. این مهره جائی را اشغال کرده که در حالت عادی باید مهرهٔ شمارهٔ ۸ اشغال کند. پس، مهرهٔ

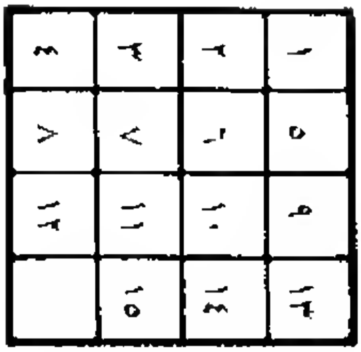
شمارهٔ ۹ قبل از مهرهٔ شماره ۸ واقع شده است: این سبقت از حالت عادی را «بی‌نظمی» میگویند. راجع به مهرهٔ شماره ۹ ما میگوییم که در اینجا یک بی‌نظمی وجود دارد. با بررسی مهره‌های بعدی، ما متوجه سبقت مهرهٔ شمارهٔ ۱۴ میشویم. این مهره سه مقام (مهره‌های شمارهٔ ۱۲، ۱۳، ۱۱) قبل از جای عادی خود قرار گرفته است. در اینجا سه بی‌نظمی وجود دارد (۱۴ قبل از ۱۲؛ ۱۴ قبل از ۱۳ و ۱۴ قبل از ۱۱). در مجموع ما ۴ = ۳ + ۱ بی‌نظمی را بحساب آوردیم. گذشته از این، مهرهٔ شماره ۱۲ قبل از شمارهٔ ۱۱، و مهرهٔ ۱۳ نیز قبل از مهرهٔ ۱۱ قرار دارد. این امر دو بی‌نظمی دیگر را بدست میدهد. مجموعاً ما با شش بی‌نظمی مواجه هستیم. بدینترتیب در هر حالت تعداد کل بی‌نظمی‌ها را تعیین می‌نمائیم، البته قبلا آخرین جا را در گوشهٔ پایین چپ خالی میسازیم. هرگاه تعداد کل بی‌نظمی‌ها، مانند حالت بررسی شده، زوج باشد آنگاه این حالت به حالت عادی قابل تبدیل است. بعبارت دیگر، این حالت به سلسلهٔ قابل حل متعلق است. هرگاه تعداد بی‌نظمی‌ها فرد باشد آنگاه چنین حالتی به سلسلهٔ دوم، یا غیر قابل حل، متعلق است (هرگاه تعداد بی‌نظمی‌ها مساوی صفر باشد آنگاه بعنوان تعداد زوج بشمار میرود).

«در پرتو توضیحات ریاضی این بازی، آن ذوق‌زدگی تب‌دار پیشین اکنون مفهومی ندارد. علم ریاضی نظریهٔ جامع این بازی‌را بوجود آورده است، نظریه‌ایرا که از هرگونه ابهام مبری است. نتیجهٔ این بازی، بر خلاف بازی‌های دیگر، به هیچگونه اتفاق یا زرنگی بستگی نداشته بلکه تابع عوامل صرفاً ریاضی میباشد که آن را با صحت قطعی مشخص میسازند».

حال، به معماهای مربوط به این رشته روآور میشویم.

اینک چند مسئلهٔ قابل حل می‌آید که توسط مخترع بازی پیشنهاد شده است:

۲۳. مسئله اول لوید. بر اساس حالت شکل ۱۱ مهره‌ها را طوری به حالت عادی در آورید که در گوشهٔ راست بالا، خانهٔ خالی باشد (شکل ۱۳).



شکل ۱۴

۳	۲	۱	
۷	٦	٥	٤
۱۱	۱۰	۹	۸
۱٥	۱٤	۱۳	۱۲

شکل ۱۳

۲٤. مسئلهٔ دوم لوید. بر اساس حالت شکل ۱۱، جعبه را به اندازهٔ یک ربع دور چرخانیده و مهره‌ها را تا موقعیکه بحالت شکل ۱٤ در آیند حرکت دهید.

۲٥. مسئلهٔ سوم لوید. مطابق با مقررات بازی مهره‌ها را از حالت شکل ۱۱ حرکت داده و جعبه‌را به «مربع سحرآمیز» تبدیل نمائید یعنی مهره‌ها را طوری ترتیب دهید که جمع اعداد در هر جهت مساوی ۳۰ باشد.

کروکت

وقتی که ما با معماهای مربوط به دمینو و بازی ۱٥ سر و کار داشتیم پا بیرون از حدود علم حساب ننهاده‌ایم. ولی با مراجعه به معماهای روی میدان کروکت، ما تا اندازه‌ای به قلمرو هندسه وارد میشویم.

پنج مسئلهٔ ذیل را به بازی‌کنان کروکت پیشنهاد میکنم.

۲٦. باید گوی را به دروازه زد یا به گوی دیگر؟ دروازهٔ کروکت شکل مربع مستطیل دارد. عرض آن دو برابر قطر گوی میباشد. در چنین شرایطی کدام یک آسانتر است: گوی را پاک به دروازه بزنیم یعنی بدون اینکه به سیم‌ها تماس پیدا کند یا اینکه از همان فاصله آن را به گوی دیگر بزنیم؟

۲۷. گوی و تیرک. ضخامت قسمت پائینی تیرک کروکت ۶ سانتی‌متر، و قطر گوی ۱۰ سانتی‌متر است. زدن به گوی دیگر از زدن به تیرک واقع در همان فاصله چند برابر آسانتر است؟

۲۸. باید گوی‌را به دروازه یا به تیرک زد؟ قطر گوی دو برابر کمتر از عرض دروازهٔ راست‌گوشه و دو برابر بیشتر از قطر تیرک است. کدام یک آسانتر است: از بهترین موضع، گوی را پاک به دروازه، یا از همان فاصله به تیرک بزنیم؟

۲۹. باید گوی را به تلهٔ موش زد یا به گوی دیگر؟ عرض دروازهٔ راست‌گوشه سه برابر قطر گوی است. کدام یک آسانتر است: از بهترین موضع، گوی را پاک به تلهٔ موش یا، از همان فاصله، به گوی دیگر بزنیم؟

۳۰. تلهٔ موش غیر قابل عبور. به ازای کدام تناسب بین عرض دروازهٔ راست‌گوشه و قطر گوی عبور گوی از تلهٔ موش ناممکن میشود؟

شرح حل معمی‌های ۱۶ — ۳۰

۱۶. جهت سادگی مسئله عجالتاً هر هفت مهرهٔ دوگانه را کنار میگذاریم: ۰ — ۰، ۱ — ۱، ۲ — ۲ و غیره. ۲۱ مهره باقی میماند که در آنها هر شماره ۶ بار تکرار میشود. بطور مثال نمرهٔ ۴ (در یک نیمه) در شش مهرهٔ ذیل وجود دارد:

۴ — ۰، ۴ — ۱، ۴ — ۲، ۴ — ۳، ۴ — ۵، ۴ — ۶

بدینترتیب ما میبینیم که هر نمره تعداد دفعات زوج تکرار میشود. واضح است که مهره‌های این مجموعه را میتوان یکی پس از دیگری تا تمام شدن ذخیرهٔ آنها بنحوی قرار داد که نمره‌های مجاور هر جفت مهره یکی باشد. پس از انجام این عمل، وقتیکه ۲۱ مهرهٔ ما بصورت زنجیر پیوسته‌ای قرار داده شد، لای درزهای ۰ — ۰، ۱ — ۱،

۲ — ۲ و غیره آن هفت مهرهٔ دوگانه را که کنار گذاشته بودیم جا میدهیم. بعد از این، هر ۲۸ مهرهٔ دمینو مطابق مقررات بازی در یک زنجیر واقع میشوند.

۱۷. بآسانی میتوان نشان داد که زنجیر متشکل از ۲۸ مهرهٔ دمینو باید به همان نمره منتهی گردد که در ابتدای آن است. حقیقتاً اگر اینطور نمیبود در آنصورت نمرات دو انتهای زنجیر تعداد فرد مرتبه تکرار میشد (زیرا در داخل زنجیر نمرات جفت جفت قرار دارد) ولی ما میدانیم که در مجموعهٔ کامل مهره‌های دمینو هر نمره ۸ بار تکرار میشود یعنی تعداد زوج مرتبه. بنا بر این، فرضیهٔ ما در بارهٔ نمرات متفاوت در دو سر زنجیر اشتباهی میباشد و نمرات باید مساوی باشد. (این طریقهٔ استدلال را در ریاضیات بنام «اثبات از طریق ادعای عکس قضیه» گویند.)

ضمناً از خاصیت تازه اثبات شدهٔ زنجیر نتیجهٔ جالب ذیل نیز ناشی میشود: دو سر زنجیر ۲۸ مهره‌ای را همیشه میتوان بهم رسانید و حلقه‌ای حاصل کرد. یعنی مجموعهٔ کامل مهره‌های دمینو را میتوان با رعایت مقررات بازی نه تنها بصورت زنجیری با سرهای آزاد بلکه بصورت حلقهٔ بسته‌ای نیز ترتیب داد.

شاید در برابر خواننده این سؤال عرض اندام کند که به چند طریق میتوان چنین زنجیر یا حلقه‌ای را ترتیب داد؟ بدون اینکه وارد جزئیات محاسبه شویم میگوئیم که تعداد شیوه‌های مختلف تشکیل زنجیر (یا حلقهٔ) ۲۸ مهره‌ای خیلی زیاد، بیشتر از ۷ تریلیون میباشد. این است عدد دقیق آن:

$$۷\ ۹۵۹\ ۲۲۹\ ۹۳۱\ ۵۲۰$$

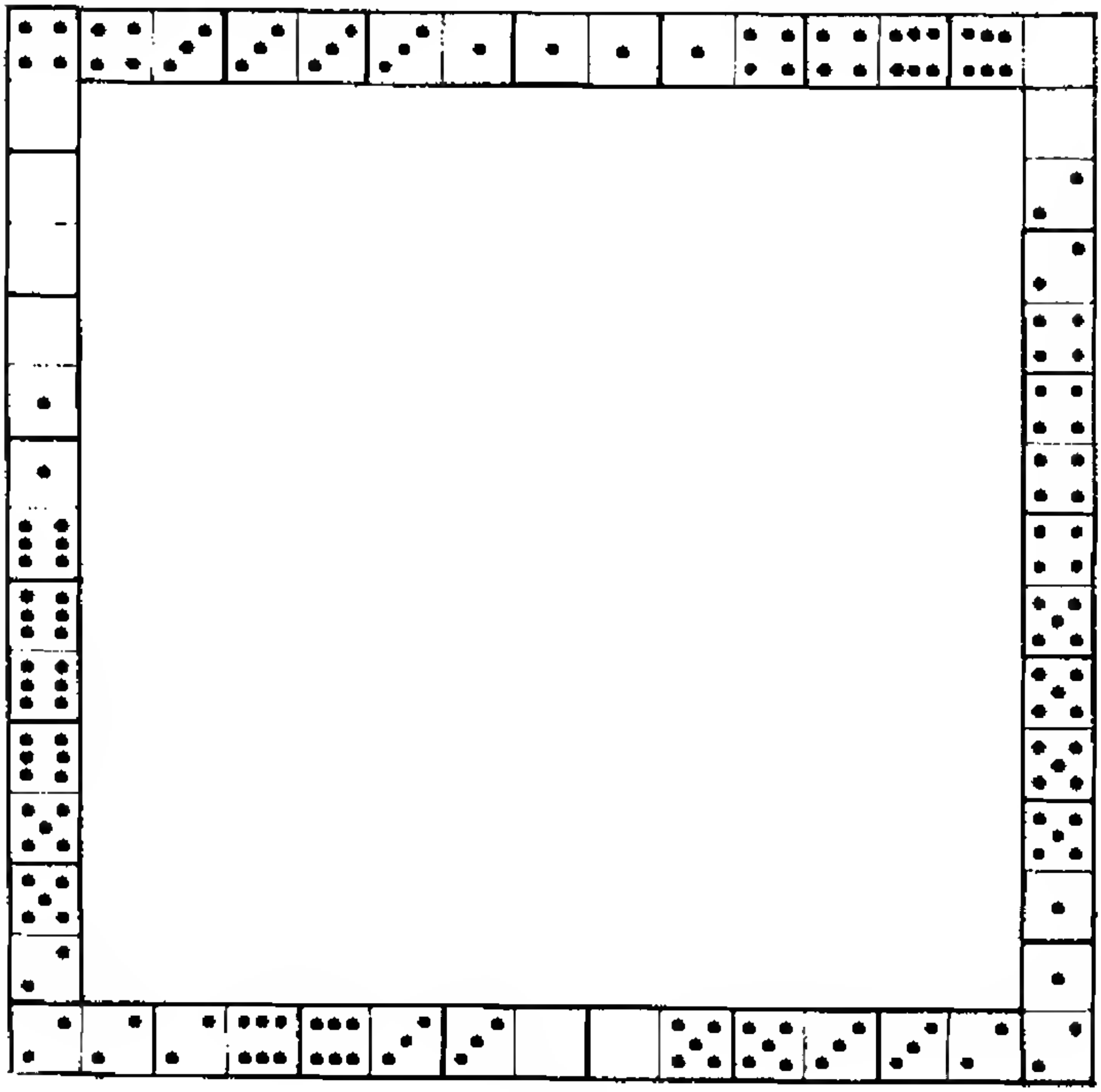
(این عدد عبارتست از حاصل‌ضرب سازه‌های $۲^{۱۳} \times ۳^{۸} \times ۵ \times ۷ \times ۴۲۳۱$).

۱۸. حل این معمی از شرح حل مسئلهٔ قبلی نتیجه میشود. ما میدانیم که ۲۸ مهرهٔ دمینو را همیشه میتوان بصورت یک حلقهٔ بسته قرار داد. بنا بر این، هرگاه از این حلقه یک مهره را برداریم آنگاه:

۱) ۲۷ مهرهٔ باقی‌مانده یک زنجیر پیوسته دوسرآزاد را تشکیل میدهند؛
۲) نمرات انتهائی این زنجیر با نمرات مهرهٔ بر داشته شده یکی است.

بدین ترتیب با قایم نمودن یک مهرهٔ دمینو ما میتوانیم از قبل بگوئیم چه نمراتی در دو سر زنجیر متشکل از مهره‌های باقی‌مانده قرار دارد.

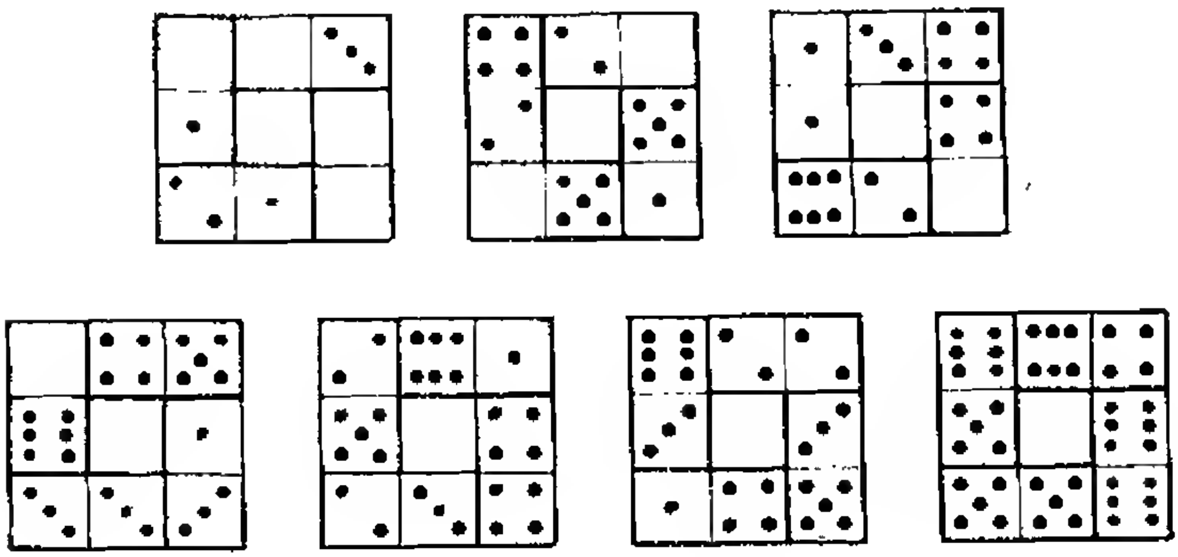
۱۹. حاصل‌جمع نمرات تمام اضلاع مربع مطلوب باید مساوی به ۱۷۶ = ٤٤ × ٤، یعنی ۸ مثال بیشتر از مجموع نمرات مجموعهٔ کامل دمینو باشد (۱۶۸). البته این امر بخاطر این صورت میگیرد



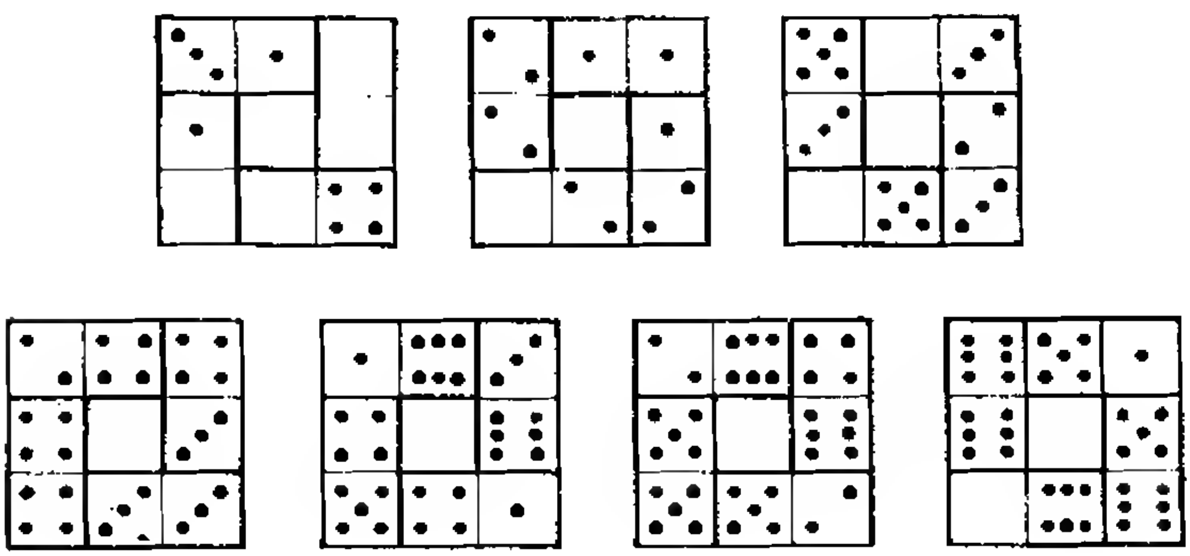
شکل ۱۵

که نمرات واقع در رئوس مربع دو بار حساب میشود. از اینجا نتیجه میشود که حاصل‌جمع نمرات واقع در رئوس مربع باید مساوی به ۸ باشد. این امر تا اندازه‌ای تجسس موقعیت مطلوب را تسهیل میکند لیکن یافتن آن خالی از اشکال نیست. راه حل این مسئله در شکل ۱۵ نشان داده شده است.

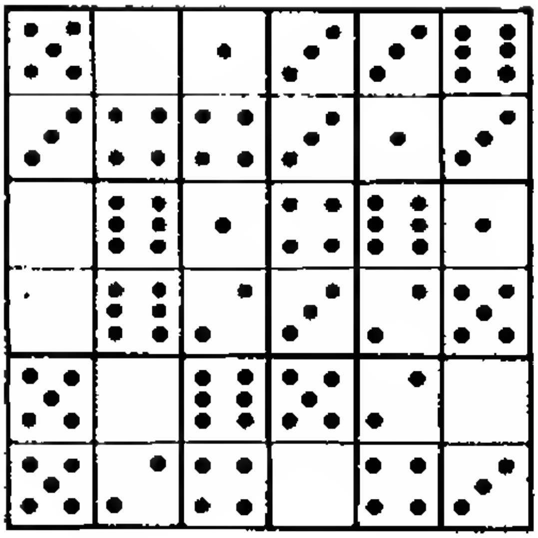
۲۰. از تعداد کثیر جواب‌های این مسئله، در زیر، دو جواب می‌آوریم. در جواب اول (شکل ۱۶)، داریم:



شکل ۱۶



شکل ۱۷



شکل ۱۸

۱ مربع با حاصل‌جمع ۳، ۲ مربع با حاصل‌جمع ۹،
۱ مربع با حاصل‌جمع ۶، ۱ مربع با حاصل‌جمع ۱۰،
۱ مربع با حاصل‌جمع ۸، ۱ مربع با حاصل جمع ۱۶

در جواب دوم (شکل ۱۷):

۲ مربع با حاصل‌جمع ۴، ۲ مربع با حاصل‌جمع ۱۰،
۱ مربع با حاصل‌جمع ۸، ۲ مربع با حاصل‌جمع ۱۲

۲۱. در شکل ۱۸ نمونهٔ مربع سحرآمیز با حاصل‌جمع نمرات ردیف مساوی ۱۸ نشان داده شده است.

۲۲. در زیر، بطور مثال، دو تصاعد با قدر تفاضل ۲ را میاوریم:

الف) ۰ — ۰؛ ۰ — ۲؛ ۰ — ۴؛ ۰ — ۶؛ ۴ — ۴؛ (یا ۳ — ۵)؛ ۵ — ۵ (یا ۴ — ۶).

ب) ۰ — ۱؛ ۰ — ۳ (یا ۱ — ۲)؛ ۰ — ۵ (یا ۲ — ۳)؛ ۱ — ۶ (یا ۳ — ۴)؛ ۳ — ۶ (یا ۴ — ۵)؛ ۵ — ۶.

مجموعاً میتوان ۲۳ تصاعد ۶ مهره‌ای تشکیل داد. مهره‌های ابتدائی آنها از قرار ذیل است:

الف) برای تصاعدهای دارای قدر تفاضل ١ :

٠ — ٠   ١ — ١   ٢ — ١   ٢ — ٢   ٣ — ٢
٠ — ١   ٢ — ٠   ٣ — ٠   ٣ — ١   ٢ — ٤
١ — ٠   ٠ — ٣   ٠ — ٤   ١ — ٤   ٣ — ٥
٠ — ٢   ١ — ٢   ١ — ٣   ٢ — ٣   ٣ — ٤

ب) برای تصاعدهای دارای قدر تفاضل ٢ :

٠ — ٠ ؛ ٠ — ٢ ؛ ٠ — ١

٢٣. حالت مطلوب از حالت اولیه پس از ٤٤ حرکت ذیل حاصل میگردد (از راست به چپ) :

١٤، ١١، ١٢، ٨، ٧، ٦، ١٠، ١٢، ٨، ٧،
٤، ٣، ٦، ٤، ٧، ١٤، ١١، ١٥، ١٣، ٩،
١٢، ٨، ٤، ١٠، ٨، ٤، ١٤، ١١، ١٥، ١٣،
٩، ١٢، ٤، ٨، ٥، ٤، ٨، ٩، ١٣، ١٤،
١٠، ٦، ٢، ١

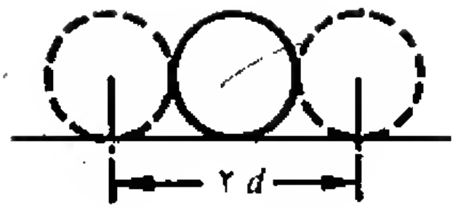
٢٤. حالت مطلوب پس از ٢٩ حرکت ذیل بدست میآید :

١٤، ١٥، ١٠، ٦، ٧، ١١، ١٥، ١٠، ١٣، ٩،
٥، ١، ٢، ٣، ٤، ٨، ١٢، ١٥، ١٠، ١٣،
٩، ٥، ١، ٢، ٣، ٤، ٨، ١٢، ١٥، ١٤،
١٣، ٩، ٥، ١، ٢، ٣، ٤، ٨، ١٢

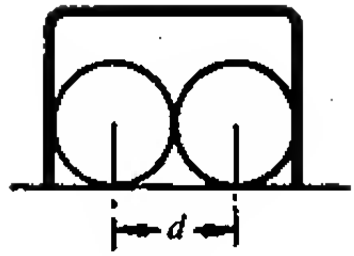
٢٥. مربع سحرآمیز دارای حاصل‌جمع ٣٠ پس از حرکات ذیل حاصل میگردد :

١٢، ٨، ٤، ٣، ٢، ٦، ١٠، ٩، ١٣، ١٥،
١٤، ١٣، ٨، ٤، ٧، ١٠، ٩، ١٤، ١٢، ٨،
٤، ٧، ١٠، ٩، ٦، ٢، ٣، ١٠، ٩، ٦،
٥، ١، ٢، ٣، ٦، ٥، ٣، ٢، ١، ١٢،
١٤، ٣، ٢، ١، ١٣، ١٤، ٣، ١٢، ١٥، ٣

٢٦. حتی بازی‌کن مجرب لابد خواهد گفت که در شرایط مذکور زدن گوی به دروازه از زدن آن بگوی دیگر آسانتر است زیرا



شکل ۲۰



شکل ۱۹

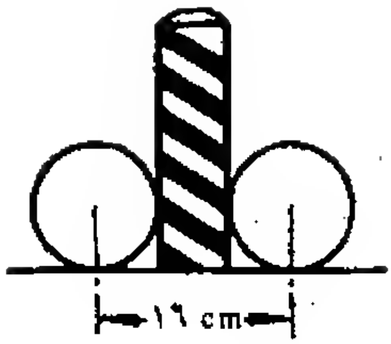
عرض دروازه دو برابر قطر گوی میباشد. ولی چنین تصوری اشتباهی است زیرا با اینکه البته دروازه از گوی عریض‌تر است عرض عبور آزاد گوی از دروازه نسبت به گوی هدف دو برابر کم‌تر است.

به شکل ۱۹ نظر اندازید و همه چیز برایتان واضح میشود. مرکز گوی نباید به سیم دروازه تا فاصلهٔ کمتر از شعاع نزدیک شود زیرا در غیر این صورت گوی به سیم تماس پیدا خواهد کرد. یعنی برای مرکز گوی هدفی به اندازهٔ دو شعاع کوچکتر از عرض دروازه میماند. به سادگی میتوان مشاهده کرد که در شرایط مسئلهٔ ما عرض هدف هنگام زدن گوی به دروازه از بهترین موضع مساوی به قطر گوی است.

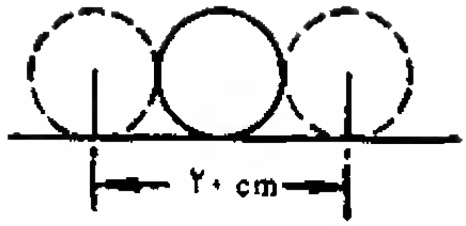
حال ببینیم که عرض هدف برای مرکز گوی متحرک هنگام زدن به گوی دیگر چقدر است. واضح است که اگر مرکز گوی زننده به مرکز گوی هدف تا فاصلهٔ کمتر از شعاع گوی نزدیک گردد در آنصورت ضربه وارد است. یعنی بطوریکه در شکل ۲۰ دیده میشود در این صورت عرض هدف برابر دو قطر گوی است.

بدینترتیب بر خلاف نظر بازی‌کنان، در شرایط داده شده زدن گوی به گوی دیگر دو بار آسانتر از پاک زدن آن به دروازه از بهترین موضع است.

۲۷. پس از آنچه تازه گفته شد این مسئله توضیحات زیادی نمیخواهد. به آسانی دیده میشود (شکل ۲۱) که عرض هدف هنگام زدن گوی به گوی دیگر مساوی به دو قطر گوی است یعنی ۲۰ سانتی‌متر. اما عرض هدف هنگام نشانه‌گیری تیرک مساوی به



شکل ۲۲



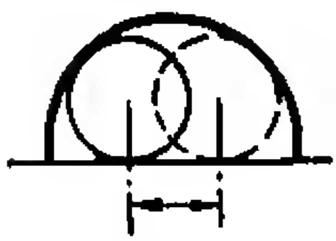
شکل ۲۱

حاصل‌جمع قطرهای گوی و تیرک است یعنی ۱۶ سانتی‌متر (شکل ۲۲). یعنی زدن گوی به گوی دیگر از زدن آن به تیرک

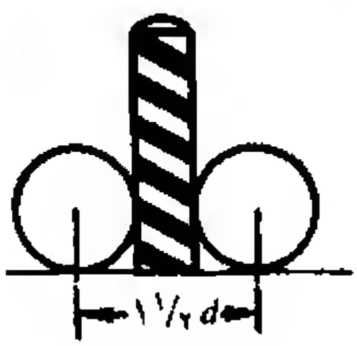
$$\frac{۲۰}{۱۶} = ۱\frac{۱}{٤}$$

مرتبه یعنی ۲۵٪ آسان‌تر است. ولی بازی‌کنان معمولا شانس‌های اصابت گوی به گوی دیگر را نسبت به اصابت آن به تیرک برتر میدانند.

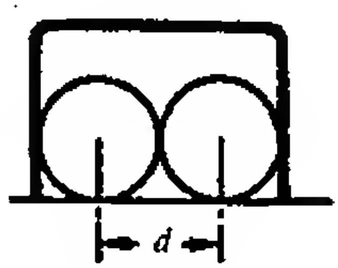
۲۸. بعضی بازی‌کنان ممکن است اینطور قضاوت کنند: از آنجا که دروازه دو بار عریضتر از گوی، و تیرک دو بار نازکتر از گوی است لذا هدف هنگام پاک زدن گوی به دروازه چهار بار عریض‌تر است تا هنگام زدن گوی به تیرک. خواننده که مسائل قبلی را تجربه کرد چنین اشتباهی را مرتکب نمیشود. او در می‌یابد که هدف هنگام نشانه‌گیری تیرک $۱^۱/_۲$ بار عریض‌تر است تا در هنگام پاک زدن



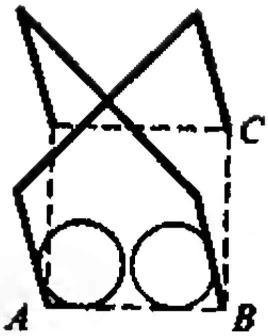
شکل ۲۵



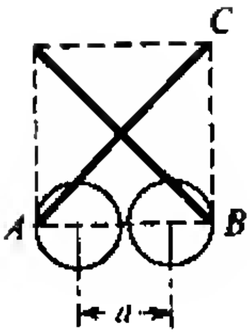
شکل ۲٤



شکل ۲۳



شکل ۲۶



شکل ۲۷

گوی به دروازه از بهترین موضع. این موضوع از مشاهدهٔ شکل‌های ۲۳ و ۲٤ واضح میگردد.

(هرگاه دروازه بجای راست‌گوشه قوسی باشد آنگاه، بطوریکه از شکل ۲۵ معلوم میشود، راه عبور گوی باز هم باریک‌تر میگردد.)

۲۹. از شکل‌های ۲۶ و ۲۷ دیده میشود که فاصلهٔ a که برای عبور مرکز گوی باقی مانده است در شرایط داده شدهٔ مسئله نسبتاً کوچک است. کسیکه با هندسه آشنا است میداند که ضلع AB مربع از قطر AC آن تقریباً ۱٫٤ مرتبه کوچکتر است.

هرگاه عرض دروازه $۳d$ باشد (d قطر گوی است) آنگاه AB مساویست با

$$۳\,d/۱{,}٤ \approx ۲{,}۱\,d$$

فاصلهٔ a که برای مرکز گوی گذرنده از تلهٔ موش از بهترین موضع نقش هدف را ایفاء میکند باز هم باریک‌تر است. آن به اندازهٔ یک قطر تمام کوچکتر، و مساویست با

$$۲{,}۱\,d - d = ۱{,}۱\,d$$

ضمناً بطوریکه ما میدانیم هدف برای مرکز گوی زننده به گوی دیگر مساوی به $۲d$ است. بنا بر این، در شرایط داده شده، زدن گوی به گوی دیگر دو بار آسانتر از زدن آن به تلهٔ موش است.

۳۰. تلهٔ موش در صورتی کاملا غیر قابل عبور میگردد که عرض دروازه کمتر از ۱٫٤ برابر قطر گوی باشد. این امر از توضیحاتی که در مسئله قبلی داده شده است نتیجه میشود. هرگاه دروازه شکل کمانی داشته باشد شرایط عبور گوی باز هم بدتر میشود.

یک دوجین معمی‌های دیگر

۳۱. ریسمان *. مادر در حالیکه دستش را از طشت رختشوئی بیرون میکشید پرسید: باز هم یک ریسمان دیگر؟ مگر من خودم ریسمان هستم؟ هر لحظه از تو میشنوم: ریسمان، ریسمان. آخر من دیروز بتو کلاف بزرگی دادم. اینقدر ریسمان را برای چکار میخواهی؟ تو آنرا چکار کردی؟

پسر جواب داد: ریسمان را چکار کردم؟ اولاً تو خودت نصفش را پس گرفتی...

— من پاکت‌های رخت را با چه ببندم؟

— نصف باقی مانده را توم برای ماهیگیری از من گرفت.

— بر برادر بزرگ همیشه باید احترام بگذاری.

— من هم احترام کردم. برای من بسیار کم باقی ماند و نصفش را پدرم گرفت تا بند شلوارش را که از خندهٔ زیاد هنگام خرابی اتومبیل پاره شد ترمیم کند. و سپس خواهر نیز دو پنجم قسمت باقی مانده را برای گره زدن مویش گرفت...

— باقیمانده را چکار کردی؟

— باقیمانده‌را؟ باقیمانده که ۳۰ سانتی‌متر بیش نبود! حالا بیا و از این قطعه تلفن درست کن...

طول اولیهٔ ریسمان چقدر بود؟

۳۲. جوراب و دستکش. در یک قوطی ۱۰ جفت جوراب قهوه‌ای و ۱۰ جفت جوراب سیاه، و در قوطی دیگر ۱۰ جفت دستکش قهوه‌ای و ۱۰ جفت دستکش سیاه وجود دارد. حد اقل چند جوراب

* این معمی از داستان‌نویس انگلیسی باری پن است.

و دستکش را باید از هر قوطی در آورد تا بتوان از آنها یک جفت جوراب (هر رنگی داشته باشد) و یک جفت دستکش بدست آورد؟

۳۳. طول عمر موی. تعداد موی سر بطور متوسط چقدر است؟ این تعداد قریب ۱۵۰۰۰۰ * برآورد شده است. همچنین تعیین شده است که هر ماه بطور متوسط ۳۰۰۰ تار مو از سر میریزد.

چطور میتوان بر اساس ارقام فوق محاسبه کرد که هر تار مو چقدر وقت، البته بطور متوسط، در جای خود باقی میماند؟

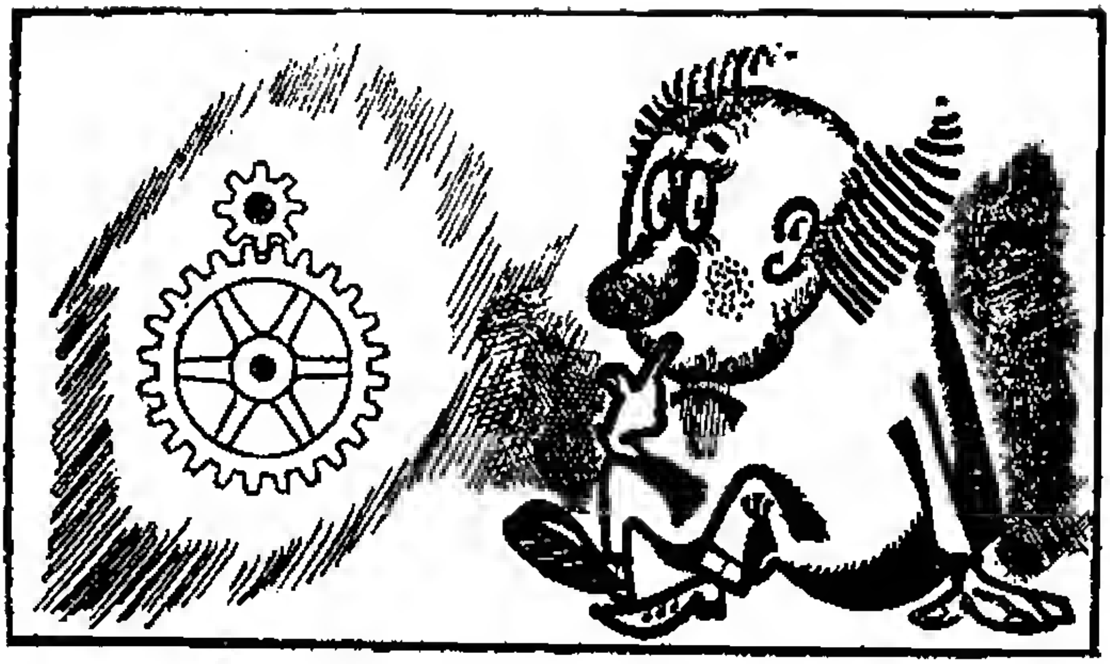
۳۴. حقوق. حقوق من در ماه اخیر یکجا با فوق‌العاده ۱۳۰ روبل بود. حقوق اصلی من ۱۰۰ روبل بیشتر از حقوق فوق‌العاده است. حقوق من بدون فوق‌العاده چقدر است؟

۳۵. راهپیمائی با اسکی. اسکی‌باز حساب نمود که هرگاه در یک ساعت ۱۰ کیلومتر طی کند ساعت یک بعد از ظهر، و اگر سرعت وی ۱۵ کیلومتر در ساعت باشد ساعت ۱۱ قبل از ظهر به مقصد میرسد. او با چه سرعتی باید بدود که ساعت ۱۲ ظهر به مقصد برسد؟

۳۶. دو کارگر. دو کارگر یکی سالخورده و دیگری جوان در یک خانه زندگی، و در یک کارخانه کار میکنند. کارگر جوان از خانه تا کارخانه در ظرف ۲۰ دقیقه، و کارگر مسن در ظرف ۳۰ دقیقه میرسد. بعد از چند دقیقه کارگر جوان به کارگر مسن میرسد اگر کارگر مسن ۵ دقیقه زودتر از او از خانه حرکت کند؟

---

* بعضی‌ها تعجب میکنند که به چه ترتیبی این امر امکان‌پذیر شد. آیا تمام موهای سر را یکی یکی شمرده اند؟ نه خیر، این کار را نکردند تنها تعداد موها را در یک سانتی‌متر مربع سطح سر شمردند. با دانستن این تعداد و همچنین مساحت قسمت مودار سر تعداد کل موهای سر را بآسانی میتوان تعیین نمود. خلاصه اینکه تعداد موهای سر با عین شیوه‌ایکه تعداد درختان در جنگل محاسبه میشود توسط دانشمندان کالبدشناسی شمرده شده است.



شکل ۲۸. چرخ‌دندهٔ کوچک چند دور میزند؟

۳۷. ماشین‌نویسی گزارش. ماشین‌نویسی گزارشی به دو ماشین‌نویس محول شده است. ماشین‌نویس مجربه میتوانست این کار را در ظرف دو ساعت، و ماشین‌نویس کم‌تجربه در ظرف سه ساعت انجام دهد.

اگر آنها کار را طوری بین خود تقسیم کنند که در کوتاه‌ترین مدت انجام شود چقدر طول خواهد کشید؟

چنین مسائلی را اغلب بتقلید از راه حل مسئله مشهور حوضها حل میکنند. یعنی اولا تعیین مینمایند که در ظرف یک ساعت هر ماشین‌نویس چه قسمتی از کار را انجام میدهد، هر دو کسر را جمع، و سپس واحد را بر این حاصل‌جمع تقسیم مینمایند. آیا شما میتوانید طریقهٔ جدیدی را متفاوت از طریقهٔ استاندارد برای حل اینگونه مسائل پیدا نمائید؟

۳۸. دو چرخ دنده. چرخ‌دندهٔ ۸ دندانه‌ای با چرخ‌دندهٔ ۲۴ دندانه‌ای درگیر میباشد (شکل ۲۸). با دور زدن چرخ بزرگ چرخ کوچک بدور آن میچرخد.

سؤال میشود: چرخ کوچک در ظرف مدتی که بدور چرخ بزرگ یک دور کامل میزند چند بار بدور محور خود میچرخد؟

۳۹. چند سال؟ از یکی از دوستداران معمی‌ها پرسیدند که چند سال دارد. جواب او پیچیده بود:

— سه برابر عمر من پس از سه سال را بگیرید و سه دفعه عمر من در سه سال قبل را از آن تفریق نمائید. عدد حاصله هم سن من است.

او چندساله است؟

۴۰. خانوادهٔ ایوانف. ایوانف چند سال دارد؟

— بیائید فکر کنیم. هجده سال قبل او سه بار بزرگتر از پسر خود بود. من این موضوع را بخوبی بیاد دارم زیرا در آن سال سرشماری اهالی صورت گرفت.

— اجازه بدهید، تا آنجا که من اطلاع دارم او فعلا دو مرتبه بزرگتر از پسرش است. آیا این پسر دیگر وی است؟

— نه خیر، همان پسر است. او فقط یک پسر دارد. بنا بر این، تعیین سن فعلی ایوانف و پسرش کار مشکلی نیست.

آنها چند سال دارند؟

۴۱. تهیهٔ محلول. در یک پیمانه قدری جوهر نمک، و در پیمانهٔ دیگری به همان اندازه آب موجود است. برای تهیهٔ محلول اولا از پیمانهٔ اول ۲۰ گرم جوهر را در پیمانهٔ دوم ریختند. سپس دو سوم محلولی را که در پیمانهٔ دوم تهیه گردید در پیمانهٔ اول ریختند. بعد از این عمل مقدار مایع در پیمانهٔ اول چهار مرتبه بیشتر از پیمانهٔ دوم شد. چقدر جوهر نمک و آب در آغاز موجود بود؟

۴۲. خریداری. وقتیکه برای خرید بطرف بازار روانه می‌شدم در کیسه‌ام تقریباً ۱۵ روبل بصورت اسکناس‌های یک‌روبلی و سکه‌های ۲۰ کوپکی داشتم. پس از اینکه به خانه برگشتم در کیسه‌ام تعداد اسکناس‌های یک‌روبلی با تعداد اولیهٔ سکه‌های ۲۰ کوپکی، و تعداد سکه‌های ۲۰ کوپکی با تعداد اولیهٔ اسکناسهای یک‌روبلی برابر بود.

و اما از جمع کل پولی که قبل از خرید داشتم در کیسه‌ام یک سوم آن باقی ماند.

چقدر پول برای خریداری خرج شد؟

شرح حل معماهای ۳۱ — ۴۲

۳۱. پس از آنکه نصف ریسمان را مادر گرفت $\frac{۱}{۲}$ آن باقی ماند. بعد از برادر بزرگ $\frac{۱}{۴}$، بعد از پدر $\frac{۱}{۸}$ ، و بعد از خواهر $\frac{۱}{۸}\times\frac{۳}{۵}=\frac{۳}{۴۰}$ باقی ماند. در صورتیکه $\frac{۳}{۴۰}$ طول اولیهٔ ریسمان ۳۰ سانتی‌متر است پس طول اولیه مساویست با $۳۰ : \frac{۳}{۴۰} = ۴۰۰$ سانتی‌متر یا ۴ متر.

۳۲. در آوردن سه جوراب کافیست زیرا دو تا از آنها حتماً از یک رنگ میباشد. ولی در مورد دستکش موضوع آنقدر ساده نیست زیرا علاوه بر اینکه رنگ مختلف دارد نصف تعدادش دست‌راستی و نصف دیگر دست‌چپی است. در این مورد درآوردن ۲۱ دستکش کافیست. ولی اگر کمتر از ۲۱ دستکش مثلا ۲۰ عدد در آورده شود احتمال دارد که تمام آنها از یک دست باشد (مثلا ده دستکش قهوه‌ای و ده دستکش سیاه برای دست چپ).

۳۳. واضح است که بعد از همه موئی میریزد که از همه جوانتر است یعنی موئی که یک روز از عمرش میگذرد.

حال ببینیم پس از چه مدتی نوبت به ریختن آن میرسد. در ماه اول از تعداد ۱۵۰۰۰۰ موئی که امروز در سر وجود دارد ۳ هزار، در دو ماه اول ۶ هزار، در سال اول $۳۰۰۰ \times ۱۲ = ۳۶۰۰۰$ تار مو میریزد. بدینترتیب تا اینکه آخرین موی امروزی از سر بریزد بیش از چهار سال و اندی سپری میگردد. بدینترتیب حد متوسط عمر موی سر انسان را تعیین نمودیم: کمی بیش از ۴ سال.

۳۴. عدهٔ بسیاری بدون تامل جواب میدهند: ۱۰۰ روبل. این جواب درست نیست زیرا در آنصورت حقوق اصلی نه ۱۰۰ روبل بلکه فقط ۷۰ روبل بیشتر از فوق‌العاده خواهد بود.

این مسئله را باید بطور ذیل حل نمود. ما میدانیم که هرگاه ۱۰۰ روبل به حقوق فوق‌العاده علاوه نمائیم حقوق اصلی را حاصل میکنیم. به این دلیل هرگاه ۱۰۰ روبل به ۱۳۰ روبل علاوه کنیم دو- حقوق اصلی تشکیل میگردد: ۲۳۰=۱۰۰+۱۳۰ یعنی دو برابر حقوق اصلی، ۲۳۰ روبل را تشکیل میدهد. از اینجا نتیجه میشود که حقوق اصلی بدون فوق‌العاده ۱۱۵ روبل‌است اما حقوق فوق‌العاده، مابقی مبلغ ۱۳۰ روبل یعنی ۱۵ روبل میباشد.

تحقیق میکنیم: حقوق اصلی ۱۱۵ روبل به اندازه ۱۰۰ روبل بیشتر از ۱۵ روبل فوق‌العاده است. شرط مسئله هم عین مطلب را ایجاب میکند.

۳۵. این مسئله از دو لحاظ جالب است: اولا به آسانی میتواند این عقیده را ایجاد نماید که سرعت مطلوب عبارت است از سرعت متوسط بین ۱۰ کیلومتر و ۱۵ کیلومتر در ساعت یعنی $12\frac{1}{2}$ کیلومتر در ساعت. بآسانی میتوان یقین نمود که چنین حدسی درست نیست. حقیقتاً اگر طول مسیر a کیلومتر باشد در آنصورت اسکی‌باز با سرعت ۱۵ کیلولتر در ساعت مدت $\frac{a}{15}$ ساعت، با سرعت ۱۰ کیلومتر در ساعت مدت $\frac{a}{10}$ ساعت، و با سرعت $12\frac{1}{2}$ کیلومتر در ساعت مدت $\frac{a}{12\frac{1}{2}}$ یا $\frac{2a}{25}$ ساعت در حرکت بوده است. در آنصورت باید برابری زیر صدق کند:

$$\frac{2a}{25}-\frac{a}{15}=\frac{a}{10}-\frac{2a}{25}$$

زیرا هر کدام از حاصل‌تفریق‌های طرفین مساوی یک ساعت است. با تحویل به a، حاصل میکنیم:

$$\frac{2}{25}-\frac{1}{15}=\frac{1}{10}-\frac{2}{25}$$

یا

$$\frac{4}{25}=\frac{1}{15}+\frac{1}{10}$$

برابری نادرست حاصل شد:

$$\frac{۱}{۶} = \frac{۱}{۱۰} + \frac{۱}{۱۵} \text{ یعنی } \frac{۴}{۲۴} \text{ بجای } \frac{۴}{۲۵}$$

ویژگی دوم مسئله اینست که میتواند نه تنها بدون کمک معادله بلکه بطور شفاهی نیز حل گردد.

چنین استدلال میکنیم: هرگاه اسکی‌باز با سرعت ۱۵ کیلومتر در ساعت، دو ساعت بیشتر در راه بود (یا کلاً طی مدت مربوط به سرعت ۱۰ کیلومتر در ساعت) در آنصورت او فاصلهٔ ۳۰ کیلومتر دورتر از فاصلهٔ واقعی را طی مینمود. ما میدانیم که در ظرف یک ساعت او ۵ کیلومتر بیشتر طی میکند، پس او $۳۰/۵ = ۶$ ساعت در راه میبود. از اینجا مدت راهپیمائی با سرعت ۱۵ کیلومتر در ساعت تعیین میگردد: $۶ - ۲ = ۴$ ساعت. در عین حال، فاصلهٔ طی شده نیز معلوم میشود: $۱۵ \times ۴ = ۶۰$ کیلومتر.

اکنون بآسانی میتوان دریافت که با چه سرعتی باید اسکی‌باز بدود تا سر ظهر به مقصد برسد یا بعبارت دیگر ۵ ساعت در راه باشد:

$$۶۰/۵ = ۱۲ \text{ کیلومتر در ساعت}$$

درستی این جواب را بآسانی میتوان آزمایش کرد.

۳۶. این مسئله را میتوان بدون توسل به معادله به چند طریق حل نمود.

اینک طریقهٔ اول. کارگر جوان در ظرف ۵ دقیقه $۱/۴$ راه، و کارگر مسن $۱/۶$ راه را طی میکند یعنی کمتر از کارگر جوان باندازهٔ:

$$\frac{۱}{۴} - \frac{۱}{۶} = \frac{۱}{۱۲}$$

چون کارگر مسن $۱/۶$ راه از کارگر جوان جلو افتاده است لذا جوان پس از

$$\frac{۱}{۶} : \frac{۱}{۱۲} = ۲$$

فاصلهٔ پنج دقیقه‌ای یعنی پس از ۱۰ دقیقه باو میرسد.

طریقهٔ دوم ساده‌تر است. جهت طی نمودن تمام راه، کارگر مسن ۱۰ دقیقه بیشتر از جوان لازم دارد. هرگاه پیرمرد ۱۰ دقیقه قبل از جوان از خانه حرکت کند هر دو همزمان به کارخانه میرسند. هرگاه کارگر سالخورده فقط ۵ دقیقه پیش از جوان حرکت کند آنگاه جوان درست در نیمه‌راه یعنی پس از ۱۰ دقیقه باو میرسد (تمام راه را کارگر جوان در ۲۰ دقیقه پشت سر میگذارد).

حل‌های دیگری نیز از طریق علم حساب امکان‌پذیر است.

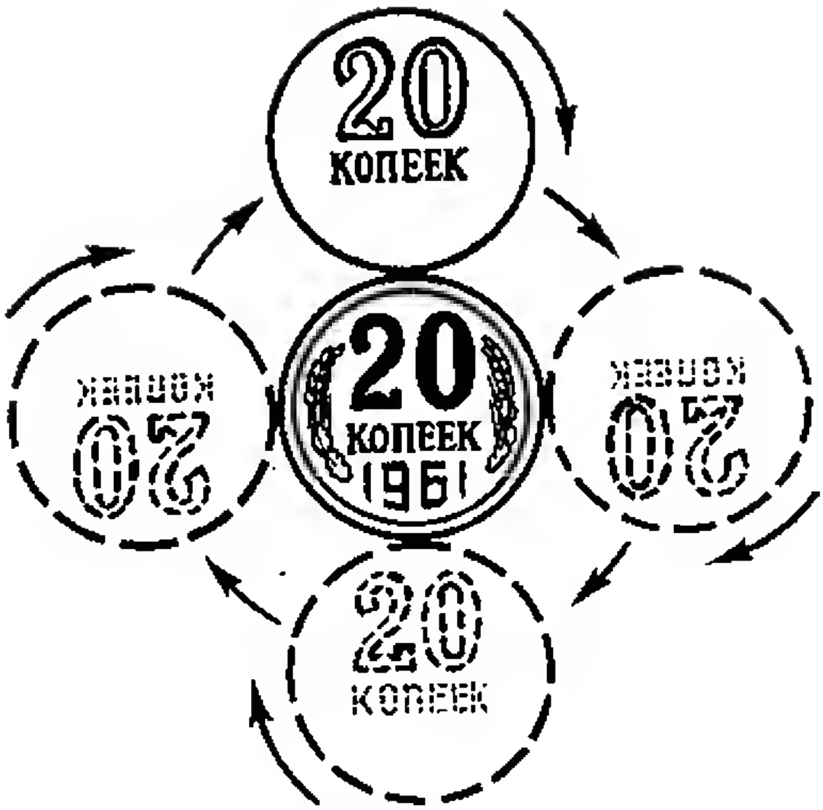
۳۷. طریق غیر استاندارد حل این مسئله بشرح زیر است. قبل از همه این سؤال را مطرح میکنیم که چطور باید ماشین‌نویس‌ها کار را بین خود تقسیم نمایند تا همزمان آنرا تمام کنند؟ (واضح است که تنها بشرط عدم وقفه، کار در کوتاه‌ترین مدت انجام خواهد شد.) چون ماشین‌نویس مجرب ۱ ۱/۲ مرتبه سریعتر از ماشین‌نویس کم‌تجربه ماشین‌نویسی میکند لذا واضح است که سهم اولی باید ۱ ۱/۲ بار از سهم دومی بیشتر باشد، در آنصورت هر دوی آنها همزمان کار را بانجام میرسانند. از اینجا نتیجه میشود که اولی باید ۳/۵، و دومی ۲/۵ گزارش را بگیرد.

مسئله تقریباً حل شده است. چیزی که میماند، باید پیدا کرد ماشین‌نویس اولی ۳/۵ کار را در ظرف چه مدتی بپایان میرساند. ما میدانیم که تمام کار را او میتواند در ظرف ۲ ساعت اجراء کند پس ۳/۵ کار را در ظرف $۱\,۱/۵ = ۳/۵ \times ۲$ ساعت انجام میدهد.

در همین مدت ماشین‌نویس دومی نیز باید کارش را بانجام برساند.

بدینترتیب کوتاه‌ترین مدتی که طی آن ماشین‌نویس‌ها باهم میتوانند گزارش را ماشین‌نویسی کنند مساویست به یک ساعت و ۱۲ دقیقه.

راه حل دیگری را نیز میتوان پیشنهاد نمود. ماشین‌نویس اولی طی ۶ ساعت میتوانست گزارش را سه بار، و ماشین‌نویس دومی در همین مدت آنرا دو بار ماشین‌نویسی کند. یعنی آنها متفقاً در ظرف ۶ ساعت میتوانستند ۵ مرتبه این گزارش را ماشین‌نویسی



شکل ۲۹. سکهٔ متحرک در حالیکه بدور سکهٔ ثابت میچرخد بجای یک دور دو دور میزند.

نمایند (یعنی میتوانستند تعداد صفحه‌های ۵ مرتبه بیشتر از تعداد صفحات گزورش را ماشین‌نویسی کنند). آنگاه برای ماشین‌نویسی نمودن گزارش آنها ۵ بار کم‌تر از ۶ ساعت وقت لازم دارند یعنی ۶ ساعت تقسیم بر ۵ = ۱ ساعت و ۱۲ دقیقه.

۳۸. اگر شما فکر میکنید که چرخ دندهٔ کوچک سه بار میچرخد اشتباه میکنید: آن بجای سه دور چهار دور میزند.
برای اینکه بتوان بخوبی موضوع را درک نمود دو سکهٔ یکسان، مثلاً دو سکهٔ ۲۰ کوپکی را روی یک ورق کاغذ شفاف مانند شکل ۲۹ در برابر خود بگذارید. سکهٔ پائینی را با دست در جا نگه داشته و سکه بالائی را بر محیط آن چرخ بدهید. شما یک چیز غیر مترقبه را ملاحظه میکنید: در اثنائی که سکهٔ بالائی نصف محیط سکهٔ پائینی را طی میکند و در قسمت پائین قرار میگیرد یک دور کامل را بدور محور خود انجام میدهد. این ادعا را ارقام روی سکه تائید میکنند. و در یک

دور کامل در حول محیط سکهٔ ساکن، سکهٔ متحرک بجای یک دور دو دور در حول محور خود میچرخد.

بطور عمومی وقتیکه یک جسم در مسیر دایره حرکت میکند یک دور بیشتر از آنچه ظاهراً بنظر میرسد، انجام میدهد. به همین سبب کرهٔ زمین نیز ضمن چرخش بدور خورشید بجای ۳۶۵ و یک ربع، ۳۶۶ و یک ربع مرتبه بدور محور خود میچرخد هرگاه چرخش را نه نسبت به خورشید بلکه نسبت به ستارگان در نظر بگیریم. اکنون شما میفهمید چرا شبانه‌روز ستاره‌ای نسبت به شبانه‌روز شمسی کوتاه‌تر است.

۳۹. حل این مسئله از طریق علم حساب نسبتاً پیچیده است ولی هرگاه به جبر متوسل شویم و معادله تشکیل دهیم آنگاه حل مسئله ساده میشود. عدد مطلوب نشان‌گر سن را به حرف x نشان میدهیم. در اینصورت سن پس از سه سال $x+۳$، و سن در سه سال قبل $x-۳$ میباشد. معادلهٔ ذیل را داریم:

$$۳(x+۳)-۳(x-۳)=x$$

و پس از حل آن دریافت میکنیم $x=۱۸$. یعنی دوستدار معمی اکنون ۱۸ سال دارد.

تحقیق میکنیم: پس از سه سال او ۲۱ ساله خواهد بود در صورتیکه سه سال پیش او ۱۵ ساله بود. تفاضل

$$۳\times۲۱-۳\times۱۵=۶۳-۴۵=۱۸$$

با سن کنونی دوستدار معمی برابر است.

۴۰. این مسئله مانند مسئله قبلی بکمک معادلهٔ ساده‌ای حل میگردد. هرگاه سن پسر اکنون مساوی به x سال باشد آنگاه سن پدر وی مساوی به $۲x$ است. ۱۸ سال قبل سن هر کدام آنها ۱۸ سال کمتر بود یعنی پدر $۲x-۱۸$ ساله و پسر $x-۱۸$ ساله بود. ضمناً میدانیم که در آنزمان سن پدر سه بار بیشتر از پسر بود:

$$۳(x-۱۸)=۲x-۱۸$$

پس از حل این معادله دریافت میکنیم $x=۳۶$. یعنی اکنون سن پسر ۳۶، و سن پدر وی ۷۲ سال است.

۴۱. فرض کنیم در آغاز در پیمانهٔ اول x گرم جوهر نمک، و در پیمانهٔ دوم x گرم آب موجود بود. پس از ریختن اول، در پیمانهٔ اول $(x-۲۰)$ گرم جوهر نمک، و در پیمانهٔ دوم $(x+۲۰)$ گرم جوهر نمک و آب با هم حاصل گردید. پس از ریختن دوم، در پیمانهٔ دوم $\frac{۱}{۳}(x+۲۰)$ گرم مایع باقی مانده و در پیمانهٔ اول

$$x-۲۰+\frac{۲}{۳}(x+۲۰)=\frac{۵x-۲۰}{۳}$$

گرم مایع جمع میشود. چون میدانیم که مقدار مایع در پیمانهٔ اول چهار بار کمتر از پیمانهٔ دوم شد لذا

$$\frac{۴}{۳}(x+۲۰)=\frac{۵x-۲۰}{۳}$$

و از اینجا $x=۱۰۰$ یعنی در هر پیمانه ۱۰۰ گرم مایع وجود داشت.

۴۲. تعداد اولیهٔ اسکناس‌های یک‌روبلی را به x، و تعداد اولیهٔ سکه‌های ۲۰ کوپکی را به y نشان میدهیم. در اینصورت هنگام رفتن به بازار در کیسه‌ام

$$(۱۰۰x+۲۰y) \text{ کوپک}$$

موجود بود*.

پس از بازگشت، در کیسه‌ام

$$(۱۰۰y+۲۰x) \text{ کوپک}$$

وجود داشت.

---

* یک روبل ۱۰۰ کوپک است (مترجم).

میدانیم که مبلغ اخیرالذکر سه بار کمتر از مبلغ اولیه است و بنا بر این،

$$۳(۱۰۰y + ۲۰x) = ۱۰۰x + ۲۰y$$

این عبارت را ساده‌تر ساخته و حاصل میکنیم:

$$x = ۷y$$

هرگاه $y = ۱$، آنگاه $x = ۷$. با این فرض، مبلغ اولیه بایستی ۷ روبل و ۲۰ کوپک باشد ولی در این صورت شرط مسئله («تقریباً ۱۵ روبل») برآورده نشده است.

حال $y = ۲$ را آزمایش میکنیم. در اینصورت $x = ۱۴$، و مبلغ اولیه ۱۴ روبل و ۴۰ کوپک میباشد. این رقم با شرط مسئله مطابقت کامل دارد.

هرگاه $y = ۳$ فرض شود آنگاه مبلغ زیاده از حد، ۲۱ روبل و ۶۰ کوپک حاصل میشود.

بنا بر این، یگانه جواب مناسب ۱۴ روبل و ۴۰ کوپک است. پس از خریداری، ۲ اسکناس یک‌روبلی و ۱۴ سکه‌ٔ ۲۰ کوپکی یعنی $۲۰۰ + ۲۸۰ = ۴۸۰$ کوپک باقی میماند و این مبلغ حقیقتاً یک سوم مبلغ اولیه میباشد ($۴۸۰ = ۱۴۴۰/۳$).

مبلغ خرج شده مساویست به $۱۴۴۰ - ۴۸۰ = ۹۶۰$ یعنی هزینهٔ خریداری اجناس ۹ روبل و ۶۰ کوپک بوده است.

فصل چهارم

آیا شمردن را بلدید؟

۴۲. آیا شمردن را بلدید؟ شاید این سوءال برای اشخاص بزرگتر از سه سال تحقیرآمیز بنظر برسد. که نمیتواند شمارش کند؟ برای بزبان آوردن پی در پی کلمات «یک»، «دو»، «سه» هنر خاصی ضرور نیست. معهذا من یقین دارم که شما همیشه از عهدهٔ این کار بظاهر ساده بر نمی‌آئید. مسئله به موضوعی که باید شمرده شود بستگی دارد. شمردن تعداد میخ ها در قوطی کار مشکلی نیست. ولی فرض کنید در قوطی نه تنها میخ بلکه پیچ هم با آن مخلوط باشد. باید تعداد میخ ها و پیچ ها در قوطی بطور علیحده تعیین شود. در اینصورت شما چطور عمل میکنید؟ میخ و پیچ را از هم جدا نموده و سپس میشمارید؟

مسئله مشابهی در برابر زن خانه‌دار عرض اندام میکند هنگامیکه میخواهد البسه و رخت‌ها را قبل از دادن به رختشوئی شمارش کند. وی اول تمام رختها را بر حسب نوع از هم جدا میکند: پیراهن ها را یک طرف، حوله‌ها را طرف دیگر و روبالش ها را در جای سومی میگذارد. تنها پس از اجرای این عمل خسته کننده شروع به شمارش هر قسمت مینماید.

این طرز شمردن در حکم بلد نبودن شمارش است! زیرا چنین شیوهٔ شمارش اشیای گوناگون نامناسب، خسته کننده و گاهی هم امکان‌ناپذیر است. در صورت شمردن میخ و رخت میتوان آنها را بصورت دسته‌های مجزا از هم جدا کرد. ولی خود را در جای جنگلبانی قرار دهید که باید تعداد درختان کاج، صنوبر، غان و اشنک را در یک هکتار زمین بشمارد. در این مورد، تقسیم‌بندی مقدماتی درختان برحسب نوع به گروه‌های جداگانه ممکن نیست. پس مگر در اینصورت شما اول درختان کاج، بعد

درختان صنوبر، سپس درختان غان و سرانجام درختان اشنک را میشمارید؟ چهار مرتبه قطعه جنگل‌را دور میزنید؟

آیا طریقه‌ای وجود ندارد که این کار در یک گشت انجام گردد؟ آری چنین طریقه‌ای وجود دارد و کارکنان جنگل از قدیم‌الایام از آن استفاده میکنند. در مثال میخ و پیچ نشان میدهم که راز این طریقه در چه نهفته است.

برای اینکه بتوانید تعداد میخ ها و پیچ های داخل قوطی را بدون جدا کردن آنها به قسمت‌های علیحده بشمارید یک مداد و یک ورق کاغذ را گرفته و طبق نمونهٔ ذیل جدولی رسم کنید.

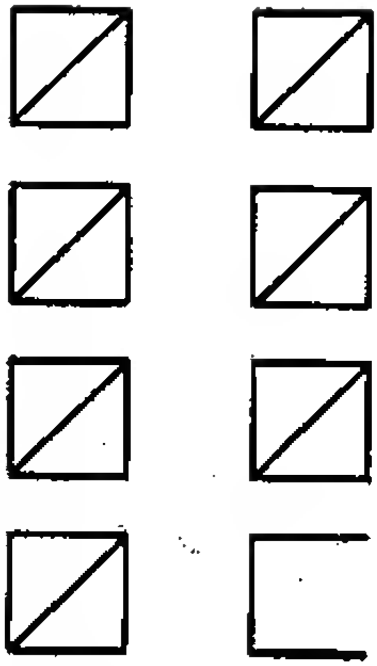
پیچ	میخ

بعد شروع به شمارش نمائید. از قوطی هر چه که بدستتان آمد بردارید. اگر میخ بود در ستون میخ یک خط میکشید و هرگاه پیچ بود در ستون پیچ عین عمل را اجراء مینمائید. بار دوم از قوطی یک شییء را برمیدارید و به همان ترتیب عمل میکنید. بعد بار سوم یک شییء را از قوطی برمیدارید و به همین‌ترتیب تا وقتیکه قوطی خالی شود. بالاخره تعداد خطوطی را که در ستون میخ ها و پیچ ها رسم نموده‌اید حساب میکنید و بدینترتیب تعداد میخ ها و پیچ ها را بدست می‌آورید.

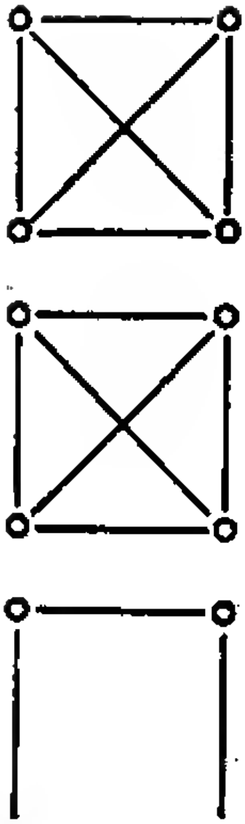
هرگاه خطوط را بطور ساده زیر یکدیگر نگذاریم بلکه پنج پنج خط بصورت شکلی که در شکل ۳۰ نشان داده شده است جمع گردد در آنصورت محاسبهٔ آنها ساده‌تر و سریعتر میشود.

بهتر است اگر اینگونه مربعات جفت جفت گروه‌بندی شوند یعنی پس از ۱۰ خط اولی خط یازدهم در سطر جدید قرار گیرد

شکل ۳۰. خط‌ها را باید بصورت گروه‌های پنج‌خطی در آورد.



شکل ۳۱. نتایج شمارش را اینطور ترتیب میدهند.



شکل ۳۲. هر مربع کامل بمعنی ۱۰ است.

و هنگامیکه در سطر دوم دو مربع حاصل گردید مربع بعدی در سطر سوم رسم شود و الی آخر. در آنصورت خطوط تقریباً بطوریکه در شکل ۳۱ نشان داده شده است، قرار میگیرند.

شمردن خطوطیکه بدین ترتیب ترسیم شده‌اند فوق‌العاده آسان است: شما فوراً میبینید که در اینجا سه دهه تمام، یک پنج تائی و سه خط دیگر هست یعنی جمعاً ۳۸ = ۳ + ۵ + ۳۰.

میتوان شکل‌های دیگری را بکار برد. بطور مثال اکثراً از علامتی استفاده مینمایند که هر مربع کامل آن بمعنی عدد ۱۰ میباشد (شکل ۳۲).

هنگام شمردن درختان انواع مختلف در قطعه‌ای از جنگل باید به همین ترتیب عمل نمائید منتهی در اینصورت باید روی کاغذ شما بجای دو ستون جدول چهار ستون ترسیم گردد. در اینصورت مناسب‌تر است اگر جدول نه به شکل عمودی بلکه

کاج	
صنوبر	
غان	
اشنک	

شکل ۲۳. فرم مخصوص شمارش درختان جنگل.

به شکل افقی ترسیم شود یعنی قبل از شمردن، جدول مانند شکل ۲۳ میباشد.

پس از پایان محاسبه کاغذ شما تقریباً بصورت شکل ۲۴ در می‌آید.

در اینجا دریافت حاصل‌جمع نهائی خیلی آسان است:

کاج	. . . . ۵۳	غان	. . . . ٤٦
صنوبر	. . . . ۷۹	اشنک	. . . . ۳۷

برای تنظیم لیست البسه و رخت خواب، خانم خانه‌دار میتواند بهمین ترتیب عمل کند و کار و وقت کمتری مصرف نماید.

هرگاه برای شما لازم آید که گیاهان یک قطعه مرغزار را برحسب نوع و تعداد بشمارید شما میتوانید به همین ترتیب در زمان نسبتاً کوتاهی از عهدهٔ این کار بر آئید. روی تکه کاغذی جدولی رسم نموده و انواع نباتاتی را که بنظر شما رسید، هر یک در سطر خود، در آن درج میکنید ضمناً چند سطر خالی نیز میگذارید تا هرگاه نباتات جدیدی را ببینید در آنجا بگنجانید. شما شمارش را

کاج	
صنوبر	
غان	
اشنک	

شکل ۲٤. فرم پر شده در نتیجهٔ شمارش.

گل قاصد	
آلاله	
بارهنگ	
گندمک	
خاکشیر تلخ	

شکل ۳۰. چگونه شمارش گیاهان قطعه‌ای از مرتع را باید آغاز نمود.

مثلاً با چنین جدولی که در شکل ۳۰ نشان داده شده است شروع میکنید.

بعد همان عملی را که ضمن شمارش درختان قطعهٔ جنگل اجراء نمودید تکرار میکنید.

۴۴. چرا باید درختان جنگل را شمارش کرد؟ این امر برای ساکنان شهر ناممکن بنظر میرسد. در رمان «آنا کارنینا» نوشتهٔ لئون تولستوی، لوین متخصص زراعت از خویشاوندش که در رشتهٔ زراعت وارد نیست و میخواهد جنگلش را بفروش برساند سؤال میکند:

— آیا تو تعداد درختان را شمارش کرده‌ای؟ دوستش با تعجب جواب میدهد:

— چطور میتوان تعداد درختان را شمرد؟ عقل عالی گرچه تواند ریگها و انواز سیارات را بشمارد...

— بلی، عقل عالی ریابینین (تاجر) میتواند. و هیچ دهقان بدون شمارش خریداری نمیکند.

درختان جنگل را برای تعیین مترهای مکعب چوب آن میشمارند. بجای درختان تمام جنگل، تعداد درختان قطعه‌ای از آن را مثلاً در یک ربع یا نیم هکتار شمارش مینمایند و این قطعه را طوری انتخاب میکنند که درختان آن از لحاظ انبوهی، تعداد انواع، ضخامت و ارتفاع حد متوسط جنگل را تشکیل بدهند. برای انتخاب موفقانهٔ چنین قطعهٔ آزمایشی البته چشمی مجرب ضرور است.

هنگام شمارش دانستن تعداد درختان در هر نوع کافی نیست بلکه بعلاوه باید تعداد تنه‌ها را در هر ضخامت نیز دانست: در ضخامت ۲۵ سانتی‌متر، در ضخامت ۳۰ سانتی‌متر، در ضخامت ۳۵ سانتی‌متر و غیره. باین لحاظ در فرم شمارش برخلاف مثال ساده‌مان بجای چهار سطر خیلی زیادتر خواهد بود. حالا تصور نمائید که هرگاه تعداد درختان بطریق معمولی شمرده میگردید چند بار باید جنگل را دور میزدید.

بطوریکه ملاحظه میکنید شمارش فقط زمانی کار ساده‌ایست که اشیای متجانس را شمارش مینمایند. ولی هرگاه لازم بیافتد که اشیای غیرمتجانس را شمارش نمائید آنگاه باید از طریقه‌ایکه در فوق تشریح گردید و بسیاری اشخاص از موجودیت آن حتی خبری ندارند، استفاده شود.

فصل پنجم

معمی‌های عددی

۴۵. صد روبل در برابر پنج روبل. یکی از محاسبین واریته در موقع نمایشات خود پیشنهاد وسوسه‌آمیز ذیل را به حاضرین ارائه مینمود:

— در حضور شاهدان اعلام میدارم به هر کسی که بیست سکهٔ ۵۰، ۲۰ و ۵ کوپکی بمبلغ ۵ روبل بمن بدهد صد روبل میدهم. ۱۰۰ روبل در برابر ۵ روبل! که میل دارد؟

همه ساکت می‌شدند.

تمام حاضرین بفکر می‌افتادند. مدادها روی صفحات دفترچه‌های یادداشت بحرکت میافتاد ولی هیچ کس جواب نمی‌داد.

— من میبینم که از نظر حاضران پنج روبل در برابر صد روبل خیلی زیاد است. من آماده هستم دو روبل تخفیف بدهم و قیمت پائینتری را تعیین میکنم: بیست سکهٔ مذکور بمبلغ سه روبل. صد روبل در برابر سه روبل میپردازم! کسانیکه میل دارند بفرمایند!

ولی هیچکسی حاضر نمی‌شد. حاضرین برای استفاده از این فرصت عجله نمیکردند.

— آیا ۳ روبل هم گران است؟ خب، مبلغ را باز هم یک روبل کم میکنم. بیست سکهٔ نامبرده‌را تنها بمبلغ دو روبل بدهید و من فوراً صد روبل میپردازم.

چون هیچکسی حاضر به چنین مبادله نمی‌گردید، محاسب ادامه میداد:

— شاید شما با خود پول سیاهی نداشته باشید؟ خجالت نکشید من به شما نسیه میدهم. تنها شرطش این است که صورت حسابی برحسب سکه‌های مذکور بمن بدهید!

۴۶. هزار. آیا میتوانید عدد ۱۰۰۰ را با هشت رقم یکسان بیان نمائید؟
ضمناً علاوه بر ارقام میتوانید از علایم عملیات نیز استفاده نمائید.

۴۷. بیست و چهار. عدد ۲۴ را میتوان با سه هشت‌تائی بطور خیلی ساده بیان نمود: ۸ + ۸ + ۸. آیا میتوانید با سه رقم یکسان دیگر باین هدف برسید؟ این مسئله چند جواب دارد.

۴۸. سی. عدد سی را میتوان به آسانی با سه رقم پنج بیان نمود: ۵ × ۵ + ۵. اجرای این عمل با سه رقم یکسان دیگر مشکلتر است.
آزمایش کنید. شاید شما بتوانید چند جواب پیدا نمائید.

۴۹. ارقام غایب. در این مثال عمل ضرب بیش از نصف ارقام با علامت ستاره عوض شده است.

۱
× ۳*۲
۳
+ ۳*۲*
*۲*۵
۱*۸*۳۰

آیا شما میتوانید ارقام غایب را تعیین نمائید؟

۵۰. کدام اعداد؟ اینک یک مسئلهٔ مشابه دیگر. مطلوبست تعیین اعداد ضرب شونده در مثال زیر:

**۵
× ۱**
۲**۵
+ ۱۳*۰
***
۴*۷۷*

۵۱. کدام عدد را تقسیم نموده‌اند؟ ارقام غایب را در این مثال تقسیم تعیین نمائید:

```
  *۲*۵* | ۳۲۵
 -***   |-----
 -----    ۱**
  *۰**
 -*۹**
 -----
   *۵*
  -*۵*
  -----
```

۵۲. تقسیم بر ۱۱. عدد نه‌رقمی‌ای را بنویسید که ارقام مکرر در آن وجود نداشته (تمام ارقام آن مختلف باشد) و بدون باقیمانده بر ۱۱ قابل تقسیم باشد.

بزرگترین این اعداد را بنویسید.

کوچکترین این اعداد را بنویسید.

۵۳. حالت تعجب‌آور ضرب. این حالت ضرب دو عدد را در نظر بگیرید:

۴۸ × ۱۵۹ = ۷۶۳۲

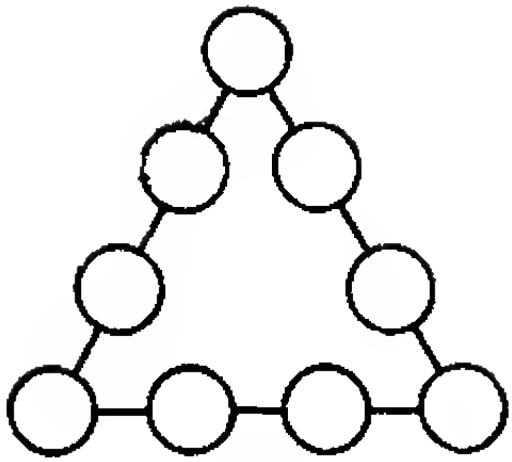
این حالت ضرب باین خاطر جالب است که هر نه رقم مخالف صفر در آن یک بار آمده است.

آیا میتوانید چند مثال مشابه دیگر را بیاورید؟ تعداد این مثالهاء هرگاه وجود داشته باشند، چند است؟

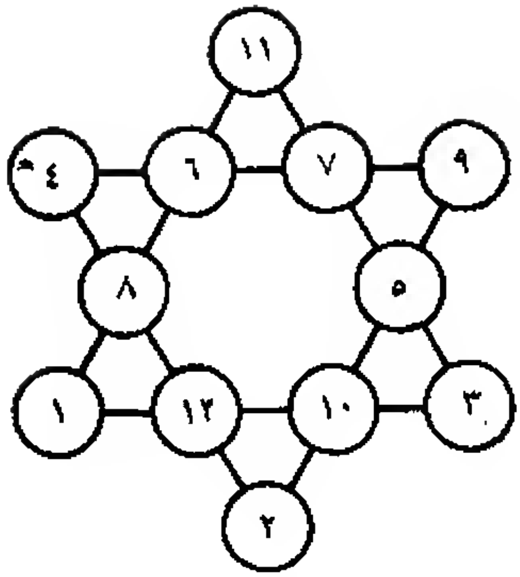
۵۴. مثلث عددی. در حلقه‌های این مثلث (شکل ۳۶) هر نه رقم مخالف صفر را طوری جا دهید که حاصل‌جمع هر ضلع مساوی بیست باشد.

۵۵. یک مثلث عددی دیگر. تمام ارقام مخالف صفر را در حلقه‌های همان مثلث (شکل ۳۶) طوری قرار دهید که حاصل‌جمع آنها در هر ضلع مساوی ۱۷ باشد.

۵۶. ستارهٔ سحرآمیز. ستارهٔ شش‌پری که در شکل ۳۷ نشان داده شده است دارای خاصیت «سحرآمیز» میباشد: حاصل‌جمع هر شش ضلع عددی آن یکی میباشد:



شکل ۳۶. ۹ رقم را در حلقه‌ها بگذارید.



شکل ۳۷. ستارهٔ عددی شش‌پر.

۱۱ + ۶ + ۸ + ۱ = ۲۶
۱۱ + ۷ + ۵ + ۳ = ۲۶
۱ + ۱۲ + ۱۰ + ۳ = ۲۶

۴ + ۶ + ۷ + ۹ = ۲۶
۴ + ۸ + ۱۲ + ۲ = ۲۶
۹ + ۵ + ۱۰ + ۲ = ۲۶

ولی حاصل‌جمع اعدادیکه در رأس‌های ستاره قرار دارند فرق دارد:

۴ + ۱۱ + ۹ + ۳ + ۲ + ۱ = ۳۰

آیا میتوانید این ستاره را تکمیل کنید یعنی اعداد را طوری در حلقه‌ها جابجا نمائید که نه تنها حاصل‌جمع اضلاع یکی باشد (۲۶) بلکه حاصل‌جمع اعداد رأس‌های ستاره نیز همان باشد (۲۶)؟

شرح حل معمی‌های ۴۵ — ۵۶

۴۵. هر سه مسئله غیر قابل حل است. محاسب میتوانست بدون هراس برای حل آنها هر جایزهٔ دلخواهی را اعلام نماید. برای تحقیق این موضوع به زبان جبر مراجعه نموده و هر سه مسئله را یکی بعد از دیگری بررسی میکنیم.

پرداخت ۵ روبل. فرض میکنیم که چنین پرداختی امکان‌پذیر باشد و برای این منظور x سکهٔ ۵۰ کوپکی، y سکهٔ ۲۰ کوپکی

و z سکهٔ ۵ کوپکی لازم آید. در اینصورت معادلهٔ ذیل را حاصل میکنیم:

$$۵۰x+۲۰y+۵z=۵۰۰$$

بعد از تحویل به پنج، دریافت مینمائیم:

$$۱۰x+۴y+z=۱۰۰$$

علاوه بر آن چون بنا به فرض، تعداد کل سکه‌ها مساوی بیست است لذا x، y و z در معادلهٔ دیگری نیز با هم مربوط اند:

$$x+y+z=۲۰$$

با تفریق این معادله از معادلهٔ اول، حاصل میکنیم:

$$۹x+۳y=۸۰$$

با تقسیم بر سه، معادله را بصورت زیر در میاوریم:

$$۳x+y=۲۶^{۲}/_{۳}$$

اما $۳x$ که سه برابر تعداد سکه‌های ۵۰ کوپکی است البته عددی صحیح میباشد. تعداد سکه‌های ۲۰ کوپکی، y، نیز صحیح است. حاصل‌جمع دو عدد صحیح نمیتواند عدد کسری ($۲۶^{۲}/_{۳}$) باشد. بطوریکه میبینید فرضیهٔ ما در بارهٔ قابل حل بودن این مسئله منجر به تناقض میشود. پس مسئله قابل حل نیست.

به همین ترتیب خواننده قانع میشود که دو مسئله «ارزان شده» یعنی با پرداخت ۳ و ۲ روبل نیز قابل حل نیست. اولی آنها به معادلهٔ

$$۳x+y=۱۳^{۱}/_{۳}$$

و دومی به معادلهٔ

$$۳x+y=۶^{۲}/_{۳}$$

منجر میشود. هر دو معادله، با اعداد صحیح قابل حل نیست.

بطوریکه شما ملاحظه میکنید محاسب ضمن پیشنهاد پرداخت مبالغ هنگفت در برابر حل این مسائل به هیچوجه ریسک نمی‌کرد زیرا هیچگاه نمی بایست جایزه را پرداخت کند.

هرگاه بجای ۵، ۳ یا ۲ روبل مثلاً پرداخت ٤ روبل با بیست سکهٔ ۵۰، ۲۰ و ۵ کوپکی تقاضا شده بود در آنصورت مسئله به آسانی حل میشد و تازه هم به هفت طریقهٔ مختلف*.

۴۶. ۸۸۸ + ۸۸ + ۸ + ۸ + ۸ = ۱۰۰۰

جواب‌های دیگر نیز وجود دارد.

۴۷. اینک دو جواب مسئله:

$۳^۳ - ۳ = ۲۴$; ۲۲ + ۲ = ۲۴

۴۸. سه جواب را میاوریم:

۳۳ − ۳ = ۳۰ ; $۳^۳ + ۳ = ۳۰$; ۶ × ۶ − ۶ = ۳۰

۴۹. ارقام غایب تدریجاً اگر از طریق زیر استدلال کنیم پیدا میشوند.

برای راحتی، سطور را شماره‌بندی میکنیم:

I	۱* *
II	× ۳*۲
III	*۳*
IV	۳*۲*
V	+ *۲*۵
VI	۱*۸*۳۰

به آسانی میتوان دریافت که ستارهٔ نهائی در سطر III ارقام، صفر است زیرا در آخر سطر VI صفر قرار دارد.

اکنون کمیت ستارهٔ نهائی سطر I را دریافت میکنیم: این رقمی میباشد که حاصل‌ضرب آن در ۲ عددی را میدهد که به صفر ختم میشود و از ضرب نمودن آن در ۳ عددی حاصل میگردد

---

* یکی از جواب‌های ممکنه اینست: ۶ سکهٔ ۵۰ کوپکی، ۲ سکهٔ ۲۰ کوپکی و ۱۲ سکهٔ ۵ کوپکی.

که رقم نهائی آن ۵ است (سطر V). چنین رقمی تنها ۵ میتواند باشد.

بعد از این، واضح است که در پایان سطر IV رقم صفر قرار دارد. (ارقامی را که در جای ماقبل آخر سطور III و VI قرار دارند با هم مقایسه نمائید!)

به آسانی میتوان دریافت که ستارهٔ سطر II رقم ۸ را نشان میدهد زیرا تنها رقم ۸ است که با ضرب در ۱۵ عددی را میدهد که به ۲۰ ختم میشود (سطر IV).

بالاخره کمیت ستارهٔ اول سطر I واضح میشود: این رقم ۴ است زیرا تنها ۴ ضرب در ۸ نتیجه‌ای را میدهد که با ۳ شروع میشود (سطر IV).

اکنون دانستن سایر ارقام مجهول اشکالی ندارد: کافی است اعداد دو سطر اول را که کاملاً مشخص شده است در هم ضرب نمائیم.

در نتیجهٔ نهائی، چنین مثال ضرب را حاصل مینمائیم:

$$\begin{array}{r} 415 \\ \times\ 382 \\ \hline 830 \\ 3320 \\ +\ 1245 \\ \hline 158530 \end{array}$$

۵۰. با طریقهٔ استدلال مشابه به مسئلهٔ قبلی کمیت ستارگان را در این مسئله نیز دریافت مینمائیم. حاصل میکنیم:

$$\begin{array}{r} 325 \\ \times\ 147 \\ \hline 2275 \\ 1300 \\ +\ 325 \\ \hline 47775 \end{array}$$

۵۱. حالت مطلوب تقسیم این است:

٥٢٦٥٠ | ٣٢٠
٣٢٥   ١٦٢
٢٠١٥
١٩٥٠
٦٥٠
٦٥٠

٥٢. برای حل این مسئله باید نشانهٔ قابلیت تقسیم بر ١١ را دانست. عدد وقتی بر ١١ قابل تقسیم میباشد که تفاوت حاصل‌جمع ارقامیکه در جاهای زوج قرار دارند با مجموع ارقامیکه در جاهای فرد واقع‌اند بر ١١ قابل تقسیم، و یا مساوی صفر باشد.

بطور مثال عدد ٢٣ ٦٥٨ ٩٠٤ را آزمایش میکنیم.

حاصل‌جمع ارقامیکه در جاهای زوج قرار دارند:

٣ + ٥ + ٩ + ٤ = ٢١

حاصل‌جمع ارقامی که در جاهای فرد قرار دارند:

٢ + ٦ + ٨ + ٠ = ١٦

تفاوت آنها (باید عدد کوچک را از بزرگ تفریق نمود) عبارت است از:

٢١ − ١٦ = ٥

این حاصل‌تفریق (٥) بر ١١ تقسیم نمیشود لذا عدد داده شده نیز بدون باقیمانده بر ١١ قابل تقسیم نیست.

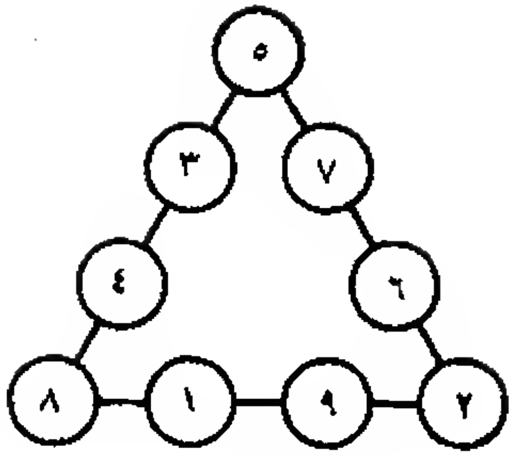
عدد دیگری را آزمایش میکنیم: ٧ ٣٤٤ ٥٣٥

٣ + ٤ + ٣ = ١٠;   ٧ + ٤ + ٥ + ٥ = ٢١;   ٢١ − ١٠ = ١١

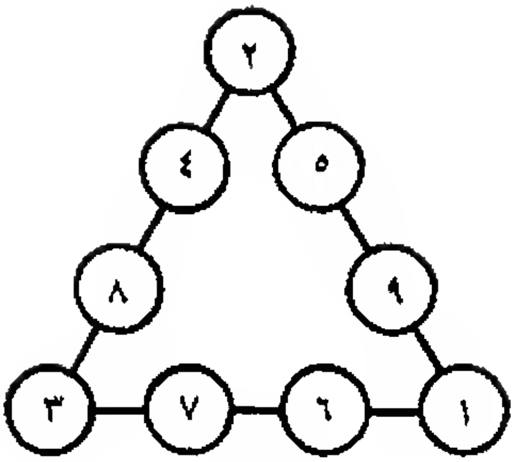
از آنجا که ١١ بر ١١ قابل تقسیم است عدد آزمایشی نیز مضربی از ١١ است.

اکنون بآسانی میتوان دریافت که نه رقم را بچه ترتیبی باید نوشت تا عددی حاصل گردد که مضربی از ١١ باشد و شرایط مسئله را برآورده کند.

مثلا ٣٥٢ ٠٤٩ ٧٨٦ را در نظر میگیریم.



شکل ۳۸



شکل ۳۹

آزمایش میکنیم: ۲۲ = ۶ + ۷ + ۴ + ۲ + ۳، ۲۲ = ۸ + ۹ + ۰ + ۵. تفاوت عبارتست از ۰ = ۲۲ − ۲۲ بنا بر این عددی را که نوشتیم مضربی از ۱۱ است.

بزرگترین این اعداد ۹۸۷ ۶۵۲ ۴۱۳، و کوچکترین آنها ۱۰۲ ۳۴۷ ۵۸۶ است.

۵۳. خواننده شکیبا میتواند ۹ حالت اینگونه ضرب را پیدا نماید. آنها عبارت اند از

۴۸ × ۱۵۹ = ۷۶۳۲، ۱۲ × ۴۸۳ = ۵۷۹۶،
۲۸ × ۱۵۷ = ۴۳۹۶، ۴۲ × ۱۳۸ = ۵۷۹۶،
۴ × ۱۷۳۸ = ۶۹۵۲، ۱۸ × ۲۹۷ = ۵۳۴۶،
۴ × ۱۹۶۳ = ۷۸۵۲ ۲۷ × ۱۹۸ = ۵۳۴۶،
۳۹ × ۱۸۶ = ۷۲۵۴،

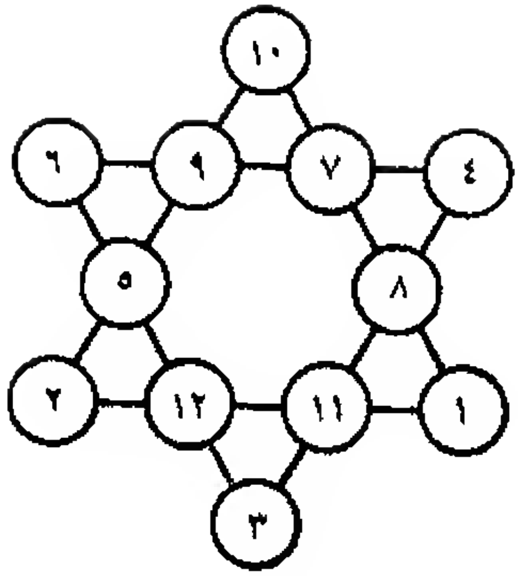
۵۴ — ۵۵. جواب‌ها در اشکال ۳۸ و ۳۹ نشان داده شده‌اند. ارقام وسطی هر ضلع را میتوان با یکدیگر تعویض نمود و از این طریق باز هم یک سلسله جواب را دریافت کرد.

۵۶. برای تسهیل جستجوی موقعیت مطلوب ارقام ملاحظات ذیل را در نظر میگیریم.

حاصل‌جمع اعداد در رأس‌های ستارهٔ مطلوب مساوی ۲۶،

و حاصل‌جمع تمام اعداد ستاره مساوی ۷۸ میباشد. پس حاصل‌جمع اعداد شش‌ضلعی داخلی مساویست با ۵۲ = ۲۶ − ۷۸.

اکنون یکی از مثلثات بزرگ را در نظر میگیریم. حاصل‌جمع اعداد هر ضلع آن مساوی ۲۶ است. حاصل‌جمع هر سه ضلع آن مساویست با ۷۸ = ۳ × ۲۶، ضمناً هر عددیکه در رأس‌های مثلث قرار دارد دو مرتبه تکرار میشود. اما چون حاصل‌جمع سه



شکل ۴۰

جفت داخلی (یعنی حاصل‌جمع اعداد شش‌ضلعی داخلی) بطوریکه میدانیم باید مساوی ۵۲ باشد پس دو برابر حاصل‌جمع اعدادیکه در رأس‌های هر مثلث قرار دارند مساویست به ۲۶ = ۵۲ − ۷۸ و یک برابر آن ۱۳ است.

اکنون میدان جستجو به صورت قابل ملاحظه کوچکتر گردید. بطور مثال ما میدانیم که اعداد ۱۱ و ۱۲ نمیتوانند در رأسهای ستاره قرار گیرند (چرا؟). بنا بر این، آزمایش را میتوان از ۱۰ شروع نمود، ضمناً دفعتاً واضح میگردد که کدام دو عدد باید سایر رأس‌های مثلث را اشغال نمایند: ۱ و ۲.

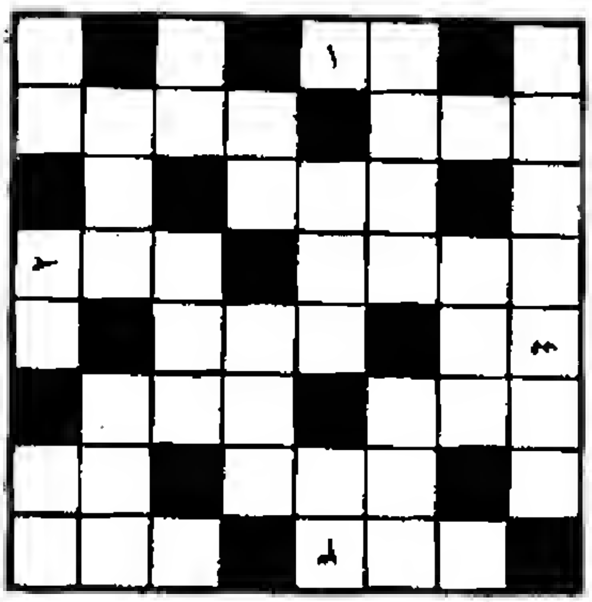
به همین ترتیب پیش رفته و بالاخره موقعیت مطلوب را حاصل میکنیم. این موقعیت در شکل ۴۰ نشان داده شده است.

فصل ششم

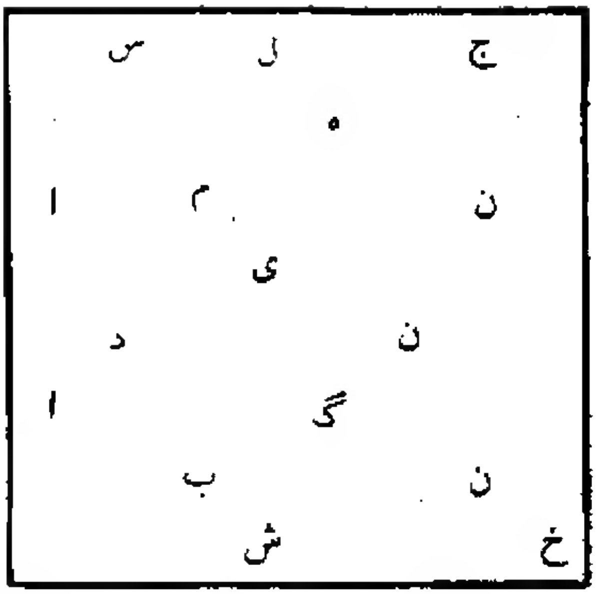
رمزنویسی

۵۷. شبکه. انقلابی مخفی مجبور است طوری یادداشت بردارد و با رفقای خود مکاتبه نماید که هیچ شخص بیگانه نتواند مفهوم نوشته‌ها را درک نماید. برای این منظور از طریق خاص نامه‌نویسی که «رمزنویسی» (یا «مخفی‌نویسی») نام دارد استفاده مینمایند. اصول مختلف رمزنویسی ابداع گردیده است که نه تنها انقلابیون مخفی بلکه دیپلوماتها و نظامیان نیز جهت حفظ اسرار دولتی از آن استفاده میکنند. اکنون راجع به یکی از طرق مکاتبهٔ محرمانه که باصطلاح «شبکه» نامیده میشود توضیحاتی میدهیم. این طریق مکاتبه نسبتاً ساده بوده و پیوند نزدیکی با حساب دارد.

هر کسی که بخواهد از این طریق مکاتبهٔ محرمانه‌ای را داشته باشد باید یک «شبکه» تهیه کند یعنی مربع کاغذی‌ایکه در آن دریچه‌هائی تعبیه شده است.



شکل ۴۱. شبکهٔ ویژهٔ رمزنویسی. (شبکهٔ مشابهی را از کاغذ درست کرده و نوشتهٔ سری شکل ۴۵ را بخوانید.)



شکل ۴۲. شبکه را بر داشته و نوشته‌ها را میبینیم.

نمونهٔ چنین شبکه‌ای را شما در شکل ۴۱ ملاحظه میکنید. دریچه‌ها نه بطور دلخواه بلکه به ترتیب معینی قرار گرفته‌اند که بعداً برایتان واضح میگردد.

فرض کنیم لازم شود نامه‌ای باین مضمون برای رفیقش ارسال کند: جلسهٔ نمایندگان بخش را تشکیل ندهید زیرا کسی این موضوع را به پلیس خبر داد. آنتون.

انقلابی مخفی شبکه را روی ورق کاغذ گذاشته و حروف را یکی بعد از دیگری در دریچه‌های شبکه مینویسد.

چون تعداد دریچه‌ها ۱۶ است پس بار اول فقط قسمتی از نامه جا میگیرد:

جلسهٔ نمایندگان بخش...

پس از برداشتن شبکه، نوشته‌ای را که در شکل ۴۲ نشان داده شده است ملاحظه میکنیم.

البته تا اینجا هیچ رمزی وجود ندارد: هرکس به آسانی میفهمد که موضوع از چه قرار است. ولی این هنوز شروع کار است، نامه به این شکل باقی نمیماند. انقلابی مخفی شبکه را یک چهارم دور در جهت حرکت عقربهٔ ساعت دور میدهد یعنی در همان صفحهٔ کاغذ آنرا به حالتی میاورد که رقم ۲ که قبلاً در طرف چپ قرار داشت حالا در بالا واقع گردد. در حالت فعلی

	س	ا	ل		ر	ج	
			ش	ه			ت
ا	ی	م			ک	ن	
د			ی	ن			ل
	د	ی			ن	ه	
ا			د	گ			
	ر	ب			ی	ن	ز
ا			ش				خ

شکل ۴۳. سپس ۱۶ حرف بعدی را مینویسیم.

شبکه همهٔ حروفیکه قبلاً نوشته شده بود کور میشوند و در دریچه‌ها کاغذ سفید نمایان میشود. در آنجا ۱۶ حرف بعدی اطلاع مخفی را مینویسند. هرگاه اکنون شبکه را برداریم حالتی حاصل میگردد که در شکل ۴۳ نشان داده شده است.

چنین نوشته‌ای را نه تنها شخص بیگانه بلکه نویسندهٔ آن هم نمیتواند بفهمد هرگاه متن اطلاعیه خویشرا فراموش کرده باشد ولی تا حال فقط نصفی از اطلاعیه نوشته شده است و همانا: جلسهٔ نمایندگان بخش را تشکیل ندهید زیرا...

برای نوشتن قسمت بعدی باید باز هم شبکه را یک ربع دور در جهت حرکت عقربهٔ ساعت چرخاند. شبکه همهٔ حروف نوشته شده را پنهان نموده و ۱۶ خانهٔ خالی را باز میکند. این خانه‌ها را چند کلمهٔ دیگر اشغال نموده و نوشته حالت شکل ۴۴ را بخود میگیرد.

بالاخره آخرین دور شبکه طوری انجام میشود که رقم ۴ در قسمت بالا قرار بگیرد و در ۱۶ مربع سفید، باقیماندهٔ یادداشت نوشته میگردد. چون دو خانهٔ آزاد باقی میماند در آن دو حرف دلخواه مثلاً ا و ب نوشته میشود تا جای خالی در نامه موجود نباشد.

نامه به حالت شکل ۴۵ در می‌آید.

	ج	ر	ک	ل	ا	س	س
ت		ی	ه	ش		ا	
ی	ن	ک		ن	م	ی	ا
ل	م		ن	ی	و		د
	ه	ن	ض		ی	د	
و		ع	گ	د		ر	ا
ز	ن	ی		ا	ب	ر	
خ	ب		ه	ش		پ	ا

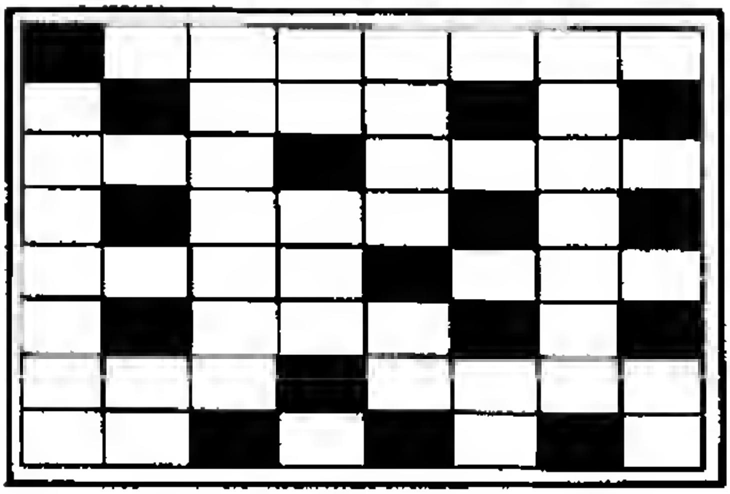
شکل ۴۴. دوباره باید شبکه را چرخاند.

آیا میتوانید از این نامه چیزی سر در آورید؟ بگذار این یادداشت بدست پلیس بیافتد، بگذار پلیس هر قدر میخواهد تصور کند که در این یادداشت اطلاع مهمی نهفته است، مضمون یادداشت را فقط گیرنده میتواند بداند زیرا او مانند فرستنده همان شبکه را دارد.

گیرنده چطور این نامهٔ مخفی را میخواند؟ او شبکهٔ خود را روی متن طوری میگذارد که رقم ۱ در بالا قرار گیرد و تمام

ل	ج	ر	ک	ل	ا	س	س
ت	ی	ی	ه	ش	س	ا	خ
ی	ن	ک	ب	ن	م	ی	ا
ل	م	ر	ن	ی	و	د	د
ا	ه	ن	ض	د	ی	د	آ
و	ن	ع	گ	د	ت	ر	ا
ز	ن	ی	و	ا	ب	ر	ن
خ	ب	ا	ه	ش	ب	پ	ا

شکل ۴۵. نامهٔ سری آماده است.



شکل ٤٦. شبکه‌ای بشکل کارت‌پستال.

حروفی را که در دریچه‌ها دیده میشوند یادداشت مینماید. این، ١٦ حرف اول اطلاعیه میباشد. بعد شبکه را دور میدهد و در مقابل وی ١٦ حرف بعدی قرار میگیرند. پس از دور چهارم تمام نامهٔ رمزی خوانده میشود.

بعوض شبکهٔ مربع میتوان از شبکهٔ مستطیل نیز استفاده نمود که شکل کارت پستال را دارد و دریچه‌های آن عریض‌تر میباشند (شکل ٤٦). در دریچه‌های چنین شبکه‌ای بجای حروف جداگانه قسمتی از کلمه و حتی اگر جا باشد تمام کلمه را مینویسند. فکر نکنید که در اینصورت نوشته خوانا تر خواهد شد. هرگز نه! اگرچه هجاها و کلمات جداگانه دیده میشوند ولی با چنان بی‌ترتیبی قرار دارند که سر آن کاملاً مطمئنانه محفوظ میباشد. شبکهٔ مستطیل را اول به یک حالت قرار میدهند، بعد آنرا بر عکس یعنی سرپائین میگذارند، بعد آنرا بطرف چپ دور میدهند و باز هم در دو حالت از آن استفاده مینمایند. در هر حالت جدید، شبکه همهٔ آنچه را که قبلاً نوشته شده بود میپوشاند.

هرگاه تنها یک شبکه وجود میداشت در آنصورت از لحاظ محرمیت استفاده از آن کاملاً بیهوده میبود. البته این یگانه شبکه در دست پلیس هم قرار میداشت و اسرار به زودی افشاء میشد. ولی موضوع این است که تعداد شبکه‌های مختلف فوق‌العاده زیاد است.

١	٥	٩	١٣	٤	٣	٢	١
٢	٦	١٠	١٤	٨	٧	٦	٥
٣	٧	١١	١٥	١٢	١١	١٠	٩
٤	٨	١٢	١٦	١٦	١٥	١٤	١٣
١٣	١٤	١٥	١٦	١٦	١٢	٨	٤
٩	١٠	١١	١٢	١٥	١١	٧	٣
٥	٦	٧	٨	١٤	١٠	٦	٢
١	٢	٣	٤	١٣	٩	٥	١

شکل ٤٧. بیش از یک ملیارد شبکهٔ سری در یک مربع.

تمام شبکه‌هائیرا که میتوان بصورت مربع ٦٤ خانه‌ای تهیه نمود در شکل ٤٧ دیده میشوند. شما میتوانید ١٦ خانهٔ دلخواهی را بعنوان دریچه انتخاب نمائید منتهی باید متوجه باشید که دو خانهٔ دارای همان شماره در میان خانه‌ها وجود نداشته باشند. برای آن شبکه‌ایکه ما هم‌اکنون از آن استفاده نمودیم خانه‌های دارای نمرات ذیل انتخاب شده بود:

٢، ٤، ٥

١٤

٩، ١١، ٧

١٦

٨، ١٥

٣، ١٢

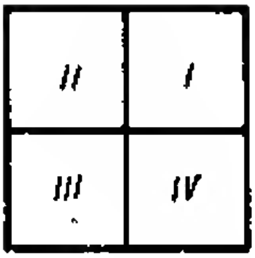
١٠، ٦

١٣، ١

بطوریکه ملاحظه مینمائید هیچ شماره‌ای تکرار نمیشود.

پی بردن به اصول قرارگیری ارقام در مربع (شکل ٤٧) مشکل نیست. این مربع توسط خطوط متقاطع به چهار مربع کوچک تقسیم میشود که برای راحتی بررسی آنها را با ارقام رومی I، II، III، IV نشان میدهیم (شکل ٤٨). در مربع I خانه‌ها به ترتیب معمولی

نمره‌بندی شده اند. مربع II عین مربع I است منتهی یک ربع دور بطرف چپ دور خورده است. هرگاه مربع II را باز هم یک ربع دور بچرخانیم، مربع III حاصل میشود و پس از یک ربع دور بعدی، مربع IV بدست می‌آید.

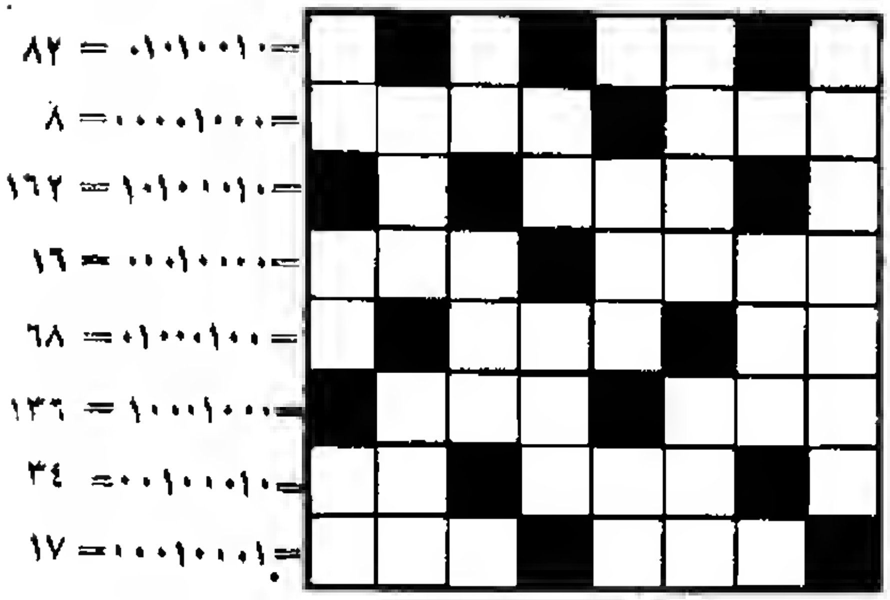


شکل ۴۸. طرح مربوط به شکل ۴۷.

اکنون محاسبه میکنیم که چند شبکهٔ مختلف میتوانند وجود داشته باشند.

خانه شمارهٔ ۱ را میتوان در چهار جا (بمثابهٔ دریچه) انتخاب نمود. در هر حالت میتوان خانهٔ شمارهٔ ۲ را که آن نیز در چهار جا انتخاب میشود افزود. بدینترتیب دو دریچه را میتوان به ۴ × ۴ یعنی به ۱۶ طریق، و سه دریچه را به ۶۴ = ۴ × ۴ × ۴ طریق انتخاب کرد. با استدلال از همین طریق در می یابیم که ۱۶ دریچه را به $۴^{۱۶}$ (حاصلضرب ۱۶ رقم ۴) طریق میتوان حاصل کرد. این عدد بزرگتر از ۴ میلیارد است. حتی اگر این محاسبه چند برابر مبالغه‌آمیز تلقی گردد (زیرا استفاده از شبکه‌های دارای دریچه‌های پهلو به پهلو نامناسب است و این حالات را مستثنی میشماریم) با آنهم چند صد میلیون شبکه باقی میماند یعنی یک اقیانوس تمام! بیائید سعی کنید شبکهٔ مطلوب را از آن میان پیدا نمائید.

اگر گروهی کارشناسان کشف رمز جهت تهیهٔ شبکه‌ای و آزمایش آن از لحاظ داشتن نتیجهٔ معقول فقط یک دقیقه مصرف نمایند در آنصورت برای کشف رمز یادداشت صدها میلیون دقیقه یعنی هزارساله‌ها ممکن است لازم آید! ضمناً تمام این گفته‌ها تنها وقتی صدق میکند که کشف رمز باصطلاح «با دستان خالی» صورت بگیرد. در کتاب «سرگرمی‌های جبر» نوشتهٔ اینجانب شما میتوانید راجع به ماشینهای حساب سریع‌العمل مطالعه نمائید. چنین ماشینهائی بر اساس برنامهٔ معین میتوانند صدها هزار و حتی میلیون‌ها عمل در یک ثانیه انجام دهند. این ماشینها نه تنها محاسبه میکنند. بطور مثال آنها میتوانند تمام شبکه‌های ممکنه را بصورت جداگانه بررسی و امتحان نمایند که آیا هر کدام شبکه‌ها میتواند متن معقولی بدهد. برای اینکار باید برنامهٔ مناسبی جهت چنین ماشینی تنظیم گردد. و هرگاه برای امتحان یک شبکه



شکل ۴۹. شماره‌گذاری شبکهٔ سری.

توسط ماشین بطور مثال یک هزارم ثانیه ضرور باشد آنگاه برای بررسی صدها میلیون شبکه، صدها هزار ثانیه یعنی چند شبانه‌روز لازم خواهد بود. بطوریکه ملاحظه میکنید در شرایط کنونی حفظ محرمیت مکاتبه خیلی دشوار میباشد.

۵۸. چطور میتوان شبکه را بخاطر سپرد؟ فرض کنیم که ماشینی در بین نباشد تا رمز را کشف نماید. بطور مثال گیریم که مضمون یادداشت باید ظرف ۲ — ۳ روز محرمانه بماند و میتوان امیدوار بود که این مدت برای توقیف نامه و فرستادن آن به مرکز محاسباتی و کشف رمز آن کافی نباشد. انقلابیون مخفی تصمیم گرفتند از شبکه استفاده نمایند. کاملاً واضح است که هر دو شرکت‌کنندهٔ مکاتبه باید متوجه باشند که شبکهٔ آنها بدست شخص بیگانه نیافتد. بهتر است که شبکه حفظ نگردد بلکه هنگام رسیدن نامه تهیه شود و بزودی پس از خواندن آن نابود گردد. ولی چطور میتوان موقعیت دریچه‌ها را بخاطر سپرد؟ در اینجا باز هم ریاضی به کمک ما میشتابد. دریچه‌ها را با رقم ۱، و سایر خانه‌ها را با رقم ۰ نشان میدهیم. در اینصورت ردیف اول خانه‌های شبکه بصورت زیر نشان داده میشود (شکل ۴۹):

۰۱۰۱۰۰۱۰

یا اگر صفر طرف چپ را از بین برداریم:

۱۰۱۰۰۱۰

ردیف دوم اگر صفرهای طرف چپ را دور کنیم بدینترتیب نوشته میشود:

۱۰۰۰

سایر ردیف‌ها بصورت زیر در می‌آیند:

۱۰۰۰۱۰۰۰	۱۰۱۰۰۰۱۰
۱۰۰۰۱۰	۱۰۰۰۰
۱۰۰۰۱	۱۰۰۰۱۰۰

برای اینکه نوشتن این اعداد را ساده‌تر بسازیم فرض میکنیم که این اعداد نه در دستگاه اعشاری که معمولاً از آن استفاده میشود بلکه در دستگاه «دوگانی» نوشته شده‌اند. این بدان معناست که رقم یک نسبت به رقم یک مجاور آن در طرف راست نه ۱۰ بار بلکه دو بار بزرگتر است. رقم یک که در آخر عدد قرار دارد مثل معمول واحد ساده‌ای است. رقم یک ماقبل آخر بمعنای دو؛ رقم یک در جای سوم از طرف آخر بمعنای چهار؛ رقم یک در جای چهارم از آخر بمعنای هشت؛ رقم یک در جای پنجم از آخر بمعنی ۱۶ است و الی آخر. در چنین دستگاهی عدد ۱۰۱۰۰۱۰ که موقعیت دریچه‌های ردیف اول را مشخص میسازد بوسیلهٔ واحدهای ساده اینطور بیان میشود:

$$٦٤ + ١٦ + ٢ = ٨٢$$

زیرا صفرها بر عدم موجودیت یک در مرتبهٔ داده شده دلالت میکند.

عدد ۱۰۰۰ (ردیف دوم) در دستگاه اعشاری به عدد ۸ تبدیل میشود.

سایر اعداد را باید توسط اعداد ذیل تعویض نمود:

$$١٢٨ + ٣٢ + ٢ = ١٦٢$$

$$١٦$$

$$٦٤ + ٤ = ٦٨$$

$$۱۲۸ + ۸ = ۱۳۶$$
$$۳۲ + ۲ = ۳٤$$
$$۱٦ + ۱ = ۱۷$$

بخاطر سپردن اعداد ۸۲، ۸، ۱٦۲، ۱٦، ٦۸، ۱۳٦، ۳٤ و ۱۷ آنقدر مشکل نیست. با دانستن این اعداد همیشه میتوان آن گروه اعداد اولیه‌ایرا حاصل نمود که سرچشمهٔ این اعداد بوده و طرز قرارگیری پنجره‌ها در شبکه را مستقیماً نشان میدهند.

روش انجام این عمل را بعنوان مثال روی عدد اول یعنی ۸۲ نشان میدهیم. آن را بر دو تقسیم مینمائیم تا بدانیم که چند مرتبه دو را در بر دارد و عدد ٤۱ را حاصل میکنیم. چون بدون باقیمانده تقسیم گردید پس در جای آخر، در مرتبهٔ یکان ساده باید صفر قرار داشته باشد. تعداد دوهای حاصله را بر دو تقسیم مینمائیم تا بدانیم عدد ما چند رقم چهار را در بر دارد:

$$^{٤۱}/_{۲} = ۲۰$$ و یک باقی میماند

این بدان معناست که در مرتبهٔ دوها یعنی در جای ماقبل آخر عدد یک قرار دارد.

بعد ۲۰ را بر ۲ تقسیم مینمائیم تا بدانیم تعداد هشت‌ها در عدد ما چند است:

$$^{۲۰}/_{۲} = ۱۰$$

باقیمانده وجود ندارد یعنی در جای چهارها صفر قرار دارد.

۱۰ را بر ۲ تقسیم میکنیم و ۵ بدون باقیمانده حاصل میشود یعنی در جای هشت‌ها صفر واقع میباشد.

با تقسیم ۵ بر ۲، عدد ۲ حاصل میگردد و ۱ باقی میماند یعنی در این مرتبه رقم ۱ قرار دارد. بالاخره ۲ را بر ۲ تقسیم نموده حاصل میداریم که در مرتبهٔ بعدی صفر، و در آخرین مرتبه ۱ قرار دارد. (این مرتبه مطابق با ٦٤ است).

بدینترتیب تمام ارقام عدد مطلوب تعیین گردید:

$$۱۰۱۰۰۱۰$$

چون در اینجا مجموعاً هفت رقم وجود دارد و در هر ردیف شبکه ۸ خانه وجود دارد، پس واضح است که یک صفر در طرف چپ

حذف شده است و موقعیت دریچه‌ها در ردیف اول توسط ارقام ذیل مشخص میگردد:

۰۱۰۱۰۰۱۰

یعنی دریچه‌ها در جاهای دوم، چهارم و هفتم قرار دارند.

به همین ترتیب موقعیت دریچه‌ها در سایر ردیف‌ها تعیین میگردد.

بطوریکه قبلاً گفته شد اشکال مختلف رسزنویسی وجود دارد. ما شبکه را باین خاطر انتخاب نمودیم که با ریاضی رابطهٔ نزدیک دارد و یکبار دیگر ثابت میسازد که چقدر آن جوانب زندگی که علم ریاضی در آن ذی‌دخل است متنوع میباشند.

فصل هفتم

حکایات در بارهٔ اعداد بزرگ

۵۹. معاملهٔ سودمند. اینکه چه وقت و در کجا این حادثه بوقوع پیوسته است معلوم نیست. شاید هم اصلاً بوقوع نپیوسته باشد. باحتمال قوی، این قضاوت درست‌تر باشد. اما این داستان اعم از اینکه صحت داشته یا نداشته باشد فوق‌العاده جالب است و ارزش شنیدن را دارد.

۱.

یکی از ثروتمندان میلیونر پس از مسافرت با سرور غیرعادی به خانه بازگشت: در راه برای او ملاقاتی اتفاق افتاده بود که وعدهٔ سود بزرگ را میداد.

او به اعضای خانواده‌اش حکایت میکرد که «چه شانس‌های خوشی وجود دارند! بیهوده نیست که میگویند پول پول میاره. اینک پولهای من هم پولهای تازه را میآورد. چقدر غیر مترقبه بود! در راه با یک شخص عادی ناشناس رو برو شدم. من حتی آرزوی صحبت با او نداشتم ولی چون دید که من ثروتمند هستم خودش شروع کرد. در ختم صحبت چنان کار سودمندی را پیشنهاد نمود که سرم گیج رفت.

او گفت که «بیائید با هم قراری بگذاریم. من در جریان یک ماه همه‌روزه برایت صدها هزار روبل میآورم. البته این کار را برایگان نمیکنم گرچه مزد ناچیزی میخواهم. روز اول من باید طبق قرارداد، اگرچه خنده‌آور است، تنها یک کوپک باو بدهم.

من فکر کردم غلط شنیده‌ام و پرسیدم:

— یک کوپک؟

— بلی یک کوپک. در برابر صدهزار دوم بمن دو کوپک میپردازی.

من با بی‌حوصلگی پرسیدم که «بعد چه؟»

— بعد در برابر صد هزار سوم ۴ کوپک، در برابر صد هزار چهارم ۸ کوپک، در برابر صدهزار پنجم ۱۶ کوپک و بدینترتیب تمام ماه هر روز بعدی دو بار بیشتر از روز قبلی.

من پرسیدم: و بعد چه؟

— فقط همین! دیگر هیچ طلبی ندارم. منتهی قرارداد باید اکیداً مراعات گردد: هر صبح برایت صد هزار روبل میآورم و در مقابل تو به من مزد مقرره را میپردازی. قبل از اتمام یک ماه فسخ قرارداد جایز نیست.

صدها هزار روبل را در برابر چند کوپک میدهد! هرگاه پولها ساختگی نباشد پس این شخص دیوانه است. ولی این کار خیلی سودمند است و نباید فرصت را از دست داد.

من باو گفتم:

— بسیار خوب، پولها را بیاور. من مزد ترا دقیقاً میدهم ولی تو مواظب خودت باش، پولها را بدون فریب بیاور. او جواب داد:

— آسوده باش، فردا صبح منتظر باش.

فقط از یک چیز در هراس هستم: آیا او میآید یا خیر؟ مبادا بخاطرش برسد که معامله‌ٔ فوق‌العاده زیان‌آوری را پیش‌نهاد کرده است! به هر صورت تا فردا انتظار میکشم».

۲۰

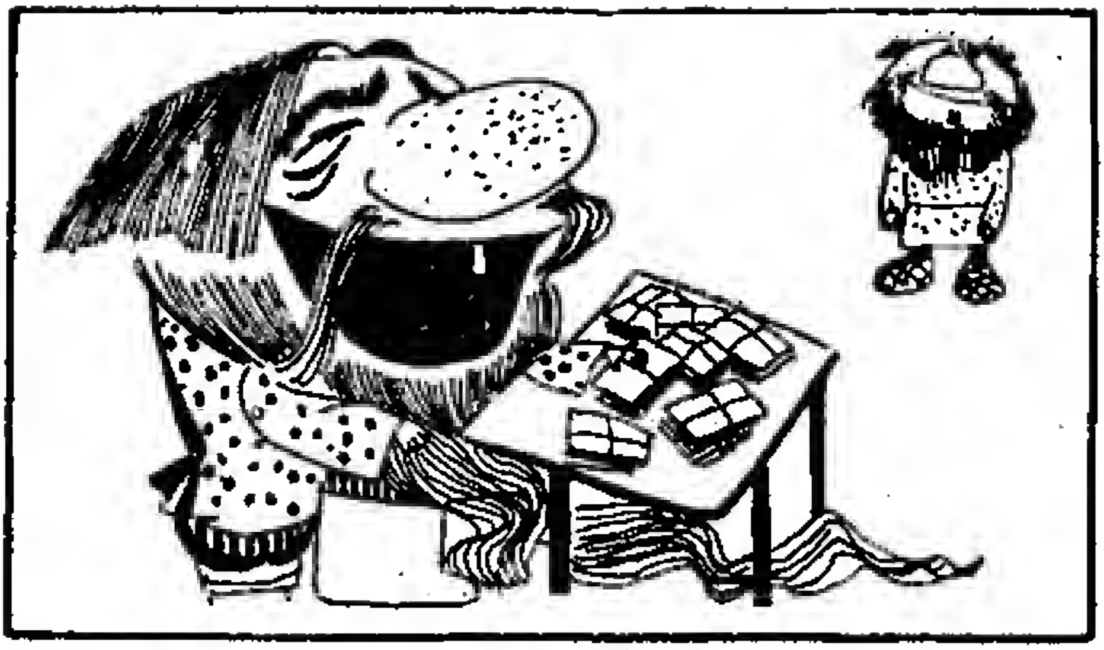
یک روز سپری شد. صبح زود آن شخص ناشناسی که او را در راه ملاقات نموده بود در خانه‌اش را زد و گفت:

— پولها را حاضر کن. من پولهایم را آوردم.

حقیقتاً پس از اینکه داخل اتاق شد این مرد عجیب پولهای حقیقی و نه ساختگی را جلو گذاشت. او صد هزار روبل را حساب نمود و گفت:

اینست پولهای من طبق قرارداد. حالا نوبت توست.

شخص ثروتمند یک کوپک مسی روی میز گذاشت و با نگرانی منتظر بود که آیا او سکه را برمیدارد یا منصرف شده و پولهایش را باز میطلبد. مهمان کوپک را امتحان نمود، روی کف دستش وزن کرد و در کیسهٔ خود انداخت.



شکل ۵۰. «صد هزار از آسمان نازل شده است!»

— فردا در همین ساعت منتظر باش. فراموش نکنی که باید دو کوپک حاضر کنی. اینرا گفت و خانه را ترک نمود.

ثروتمند حتی این خوشبختی را باور نداشت. صد هزار روبل از آسمان افتاد! یکبار دیگر پولها را حساب کرد و بخوبی مطمئن گردید که ساختگی نیست: همه درست است. پولها را در جای امنی پنهان نموده و منتظر فردا شد.

شب‌هنگام ثروتمند دچار شک و تردید شده و فکر میکرد: شاید آن مرد یک راهزن باشد و خود را به ساده‌لوحی زده است. میخواهد ببیند که پولهای من در کجا قرار دارد و بعد با طایفهٔ سارقین به خانهٔ من دست‌برد بزند؟

ثروتمند در خانه را محکم بسته و از آغاز شب هی از پنجره نگاه مینمود، مدت زیادی خوابش نبرد. صبح باز هم در زده میشود و آن شخص ناشناس پول میاورد. صد هزار روبل را برای ثروتمند حساب نمود، دو کوپک خود را گرفت، به کیسه انداخت و رفت. ضمن خداحافظی گفت:

— برای فردا ۴ کوپک آماده کن.

باز هم شخص ثروتمند اظهار خوشحالی میکند: دومین صد هزار مفت برایم رسید. مهمان به یک غارتگر شبیه نیست: باطراف

نگاه نمیکند، فقط کوپک‌های خود را میگیرد و میرود. چه آدم ساده‌ای! ای کاشکه اینگونه اشخاص در جهان زیاد بودند آنوقت اشخاص عاقل خوب زندگی میکردند...

روز سوم باز هم آن شخص ناشناس در خانهٔ ثروتمند حاضر شد و بعوض ٤ کوپک، سومین صد هزار را تسلیم نمود.

یک روز دیگر سپری شد و به همین ترتیب در برابر ٨ کوپک، چهارمین صد هزار نصیب شخص ثروتمند گردید.

پنجمین صد هزار هم در برابر ١٦ کوپک، و ششمین صد هزار در برابر ٣٢ کوپک دریافت گردید.

پس از هفت روز از شروع معامله، شخص ثروتمند هفت صد هزار روبل حاصل کرد و در مقابل، مبلغ ناچیزی پرداخت:

١ کوپک + ٢ کوپک + ٤ کوپک + ٨ کوپک + ١٦ کوپک + ٣٢ کوپک + ٦٤ کوپک = ١ روبل و ٢٧ کوپک.

این معامله خیلی مورد پسند میلیونر حریص واقع شد و تأسف میخورد که فقط برای یک ماه قرارداد را انعقاد کرده است. بیش از سه میلیون روبل عایدش نمیشود. آیا میشود این ساده‌لوح را متقاعد نمود مدت قرارداد را اقلاً نیم‌ماه دیگر تمدید نماید؟ مبادا وی در یابد که بمن پول مفت میدهد...

آن شخص مرتباً هر صبح با صد هزار روبل حاضر میشد. روز هشتم او ١ روبل و ٢٨ کوپک، روز نهم ٢ روبل و ٥٦ کوپک، روز دهم ٥ روبل و ١٢ کوپک، روز یازدهم ١٠ روبل و ٢٤ کوپک، روز دوازدهم ٢٠ روبل و ٤٨ کوپک، روز سیزدهم ٤٠ روبل و ٩٦ کوپک، و روز چهاردهم ٨١ روبل و ٩٢ کوپک حاصل نمود.

ثروتمند با کمال میل این پولها را میپرداخت: آخر او یک میلیون و ٤٠٠ هزار روبل حاصل نمود و در مقابل، به آن شخص ناشناس فقط در حدود صد و پنجاه روبل پرداخت.

ولی سرور ثروتمند مدت دیری دوام نیافت: بزودی او درک نمود که شخص ناشناس آدم ساده‌ای نبوده و معامله با وی بر خلاف اینکه اول بنظر میرسید آنقدر سودمند نیست. پس از ١٥ روز شخص ثروتمند مجبور بود بابت هر صد هزار نه کوپک‌ها بلکه

صدها روبل بپردازد و مبلغ پرداختی وی با سرعت سرسام‌آوری افزایش می‌یافت. حقیقتاً، مبالغ پرداختی شخص ثروتمند در نیمهٔ دوم ماه بشرح زیر بود:

در برابر پانزدهمین صد هزار . . . . . ۱۶۳ روبل و ۸٤ کوپک،
در برابر شانزدهمین صد هزار . . . ۳۲۷ روبل و ٦۸ کوپک،
در برابر هفدهمین صد هزار . . . ٦۵۵ روبل و ۳٦ کوپک،
در برابر هجدهمین صد هزار . . . ۱۳۱۰ روبل و ۷۲ کوپک،
در برابر نوزدهمین صد هزار . . . ۲٦۲۱ روبل و ٤٤ کوپک.

ضمناً شخص ثروتمند خود را دور از زیان میدید: او اگرچه بیش از پنج هزار پرداخته ولی در مقابل ۱۸۰۰ هزار روبل حاصل کرده بود.

اما سود روزانه هر روز، تازه هم با سرعت فزاینده، رو به تنزل بود.

پرداخت‌های بعدی بصورت زیر بود:

در برابر بیستمین صد هزار . . . ۵۲٤۲روبل و ۸۸ کوپک،
در برابر بیست و یکمین صد هزار . . . ۱۰٤۸۵ روبل و ۷٦ کوپک،
در برابر بیست و دومین صد هزار . . . ۲۰۹۷۱ روبل و ۵۲ کوپک،
در برابر بیست و سومین صد هزار . . . ٤۱۹٤۳ روبل و ۰٤ کوپک،
در برابر بیست و چهارمین صد هزار . . . ۸۳۸۸٦ روبل و ۰۸ کوپک،
در برابر بیست و پنجمین صد هزار . . . ۱٦۷۷۷۲ روبل و ۱٦ کوپک،
در برابر بیست و ششمین صد هزار . . . ۳۳۵۵٤٤ روبل و ۳۲ کوپک،
در برابر بیست و هفتمین صد هزار . . . ٦۷۱۰۸۸ روبل و ٦٤ کوپک.

اکنون دیگر پرداخت‌های ثروتمند از عایدات وی فزونی یافته بود. او میخواست در همینجا واایستد ولی فسخ قرارداد مجاز نبود.

بعد وضع باز هم بدتر شد. میلیونر خیلی دیر یقین حاصل کرد که شخص ناشناس بیرحمانه او را فریب داده و پولی بمراتب بیشتر از مبلغی که میپردازد دریافت مینماید...

از روز بیست و هشتم به بعد ثروتمند مجبور بود میلیونها روبل بپردازد. و دو روز آخر او را به ورطهٔ افلاس انداخت. این پرداخت‌های هنگفت از این قرار است:
در برابر بیست و هشتمین صدهزار... ۱ ۳۴۲ ۱۷۷ روبل و ۲۸ کوپک،
در برابر بیست و نهمین صدهزار... ۲ ۶۸۴ ۳۵۴ روبل و ۵۶ کوپک،
در برابر سیمین صدهزار... ۵ ۳۶۸ ۷۰۹ روبل و ۱۲ کوپک.
وقتیکه مهمان برای آخرین بار خانهٔ ثروتمند را ترک گفت میلیونر حساب نمود که این سه میلیون روبلی که در آغاز خیلی ارزان به نظر میرسید برایش چند تمام شده بود. معلوم شد که او به شخص ناشناس

۱۰ ۷۳۷ ۴۱۸ روبل و ۲۳ کوپک

پرداخته است.
یعنی کمی کمتر از ۱۱ میلیون روبل!.. در صورتیکه تمام قضیه از یک کوپک شروع شده بود. شخص ناشناس میتوانست همه‌روزه حتی سه صد هزار روبل بیاورد باز هم نمی باخت.
۳.
قبل از اینکه به این داستان خاتمه بدهم، نشان میدهم که به کدام طریق میتوان خسارات میلیونر را سریعتر محاسبه نمود یا بعبارت دیگر چگونه میتوان رشته عددی زیر را جمع نمود:

$$۱ + ۲ + ۴ + ۸ + ۱۶ + ۳۲ + ۶۴ + \ldots$$

بسادگی میتوان خاصیت ذیل این اعداد را کشف نمود:

$$۱ = ۱$$
$$۲ = ۱ + ۱$$
$$۴ = (۱ + ۲) + ۱$$
$$۸ = (۱ + ۲ + ۴) + ۱$$
$$۱۶ = (۱ + ۲ + ۴ + ۸) + ۱$$
$$۳۲ = (۱ + ۲ + ۴ + ۸ + ۱۶) + ۱$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots$$

ما مشاهده میکنیم که هر عدد این رشته مساویست به حاصل‌جمع تمام اعداد قبلی باضافهٔ یک. بنا بر این وقتیکه لازم میافتد که

تمام اعداد چنین رشته‌ای را بطور مثال از ۱ الی ۳۲ ۷۶۸ جمع کنیم، کافیست به عدد نهائی (۳۲ ۷۶۸) حاصل جمع تمام اعداد قبلی را بیافزائیم یا بعبارت دیگر همان عدد نهائی منهای یک (۱ − ۳۲ ۷۶۷) را با آن جمع بنمائیم. حاصل میکنیم ۶۵ ۵۳۵.

بدینترتیب بمحض دانستن آخرین مبلغ پرداختی میلیونر حریص، خیلی زود میتوان خسارات وی را محاسبه نمود. آخرین پرداخت وی ۵ ۳۶۸ ۷۰۹ روبل و ۱۲ کوپک بود.

بنا بر این، پس از جمع ۵ ۳۶۸ ۷۰۹ روبل و ۱۲ کوپک با ۵ ۳۶۸ ۷۰۹ روبل و ۱۱ کوپک، دفعتاً به نتیجهٔ مطلوب میرسیم:

۱۰ ۷۳۷ ٤۱۸ روبل ۲۳ کوپک

۶۰. شایعات شهری. تعجب‌آور است که به چه سرعتی شایعات در شهر پخش میگردد! گاهی اوقات حتی دو ساعت هم از حادثه‌ای نمیگذرد که فقط چند نفر ناظر آن بودند و خبر آن در تمام شهر پخش شده است: همه از آن آگاهی دارند، همه در بارهٔ آن شنیده‌اند. این سرعت غیر عادی، تعجب‌آور و حتی مرموز است.

اما هرگاه با این پدیده از طریق حساب برخورد شود واضح میگردد که هیچ کار معجزه‌آسائی صورت نگرفته است: همه چیز به خواص اعداد و نه به خصوصیات مرموز شایعات توجیه میشود.

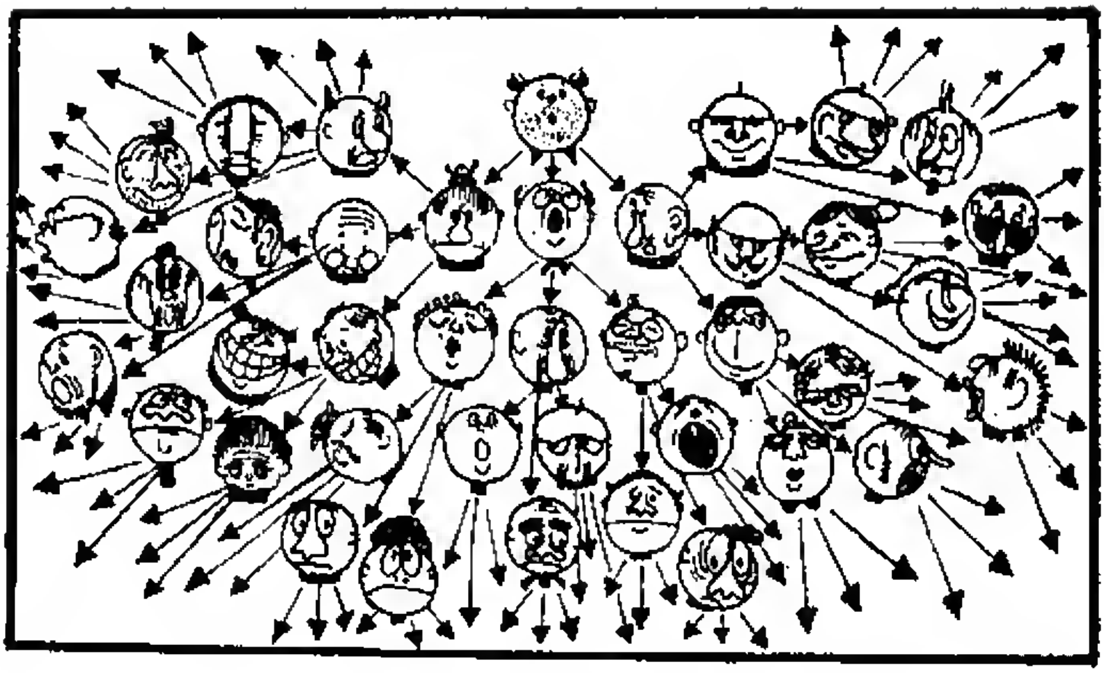
بطور مثال حادثهٔ زیر را در نظر میگیریم.

۱.

ساعت ۸ صبح یکی از ساکنین پایتخت به شهر کوچکی که نفوس آن ۵۰ هزار نفر است آمده و خبر جالب تازه‌ای با خود میاورد.

در خانه‌ای که مسافر اقامت گزید این خبر را تنها به سه نفر از ساکنان محل گفت. فرض کنیم این جریان ۱۵ دقیقه بطول انجامیده باشد.

بدینترتیب ساعت ۸ و ۱۵ دقیقهٔ صبح از این خبر فقط چهار نفر یعنی خود مسافر و سه تن از اهالی شهر مطلع بودند.



شکل ۵۱. راه پخش شایعه.

هر یک از سه اهل شهر پس از دانستن این خبر فوراً آنرا به سه نفر دیگر از ساکنین شهر اطلاع داد. این جریان نیز ۱۵ دقیقه طول کشید. یعنی نیم‌ساعت بعد از رسیدن این خبر به شهر ۴ + (۳ × ۳) = ۱۳ نفر از آن آگاه بودند.

هر یک از ۹ نفر تازه‌آگاه نیز خبر را در مدت یک ربع ساعت به ۳ تن دیگر رساند و بدینترتیب ساعت ۸ و ۴۵ دقیقه این خبر برای

$$۱۳ + (۹ × ۳) = ۴۰ \text{ نفر}$$

معلوم بود.

هرگاه بعداً نیز به همین ترتیب شایعه در شهر پخش شود یعنی هر کسیکه از خبر اطلاع یافته است بتواند بلافاصله در ظرف یک ربع ساعت آنرا به سه نفر دیگر برساند آنگاه پخش خبر در شهر بصورت زیر زمان‌بندی میگردد:

در ساعت ۹ از خبر ۴۰ + (۲۷ × ۳) = ۱۲۱ نفر مطلع میشوند.

در ساعت $۹\frac{۱}{۴}$ از خبر ۱۲۱ + (۸۱ × ۳) = ۳۶۴ نفر مطلع میشوند.

در ساعت $۹\frac{۱}{۲}$ از خبر ۳۶۴ + (۲۴۳ × ۳) = ۱۰۹۳ نفر مطلع میشوند.

بدینترتیب یک ساعت و نیم بعد از رسیدن خبر به شهر

بطوریکه مشاهده میکنید مجموعاً در حدود ۱۱۰۰ نفر از آن مطلع میشوند. چنین بنظر میرسد که این تعداد در مقابل ۵۰۰۰۰ نفر نفوس شهر آنقدر زیاد نیست. گمان می‌رود که بزودی تمام اهالی شهر از این خبر آگاه نمیشوند. ولی بیائید جریان بعدی پخش خبر را پیگیری نمائیم:

در ساعت ۹ ۳/۴ از خبر ۳۲۸۰ = (۷۲۹ × ۳) + ۱۰۹۳ نفر مطلع میشوند.

در ساعت ۱۰ از خبر ۹۸۴۱ = (۲۱۸۷ × ۳) + ۳۲۸۰ نفر مطلع میشوند.

پس از ربع ساعت دیگر بیش از نصف اهالی شهر از خبر اطلاع مییابند:

۲۹۵۲۴ = (۶۵۶۱ × ۳) + ۹۸۴۱ نفر

و بدینترتیب قبل از ساعت ده و نیم صبح تمام شهروندان شهر بزرگ از خبری که ساعت ۸ صبح فقط یکنفر از آن اطلاع داشت آگاه میشوند.

۲۰

اکنون پیگیری میکنیم محاسبهٔ قبلی چگونه صورت گرفت.

در حقیقت امر این محاسبه در جمع سلسلهٔ عددی ذیل خلاصه میشود:

$$۱ + ۳ + (۳ \times ۳) + (۳ \times ۳ \times ۳) + (۳ \times ۳ \times ۳ \times ۳) + \ldots$$

آیا نمیتوان این حاصل‌جمع را بطور مختصرتر مانند حاصل‌جمع رشتهٔ عددی قبلی ۱ + ۲ + ۴ + ۸ + ...، دریافت نمود؟ این امر در صورتی ممکن است که ویژگی اعداد مورد جمع را در نظر بگیریم:

$$۱ = ۱$$
$$۳ = ۱ \times ۲ + ۱$$
$$۹ = (۱ + ۳) \times ۲ + ۱$$
$$۲۷ = (۱ + ۳ + ۹) \times ۲ + ۱$$
$$۸۱ = (۱ + ۳ + ۹ + ۲۷) \times ۲ + ۱$$

. . . .

بعبارت دیگر هر عدد این رشته مساویست به مجموع مضاعف همهٔ اعداد ماقبل باضافهٔ یک.

از اینجا نتیجه میشود که هرگاه بخواهیم حاصل‌جمع تمام اعداد رشتهٔ مورد نظر را از ۱ الی یک عددی پیدا کنیم، کافی است که به همین عدد آخری نصفش را اضافه کنیم (ولی قبلاً آنرا باید یک واحد کم نمود).

مثلاً حاصل‌جمع اعداد

$$۱ + ۳ + ۹ + ۲۷ + ۸۱ + ۲۴۳ + ۷۲۹$$

مساویست به ۷۲۹ باضافهٔ نصف ۷۲۸ یعنی ۷۲۹+۳۶۴=۱۰۹۳.

۳.

در حالت بررسی شده هر ساکن شهر فقط به سه تن دیگر خبر را اطلاع میداد. ولی هرگاه ساکنین شهر پر حرف‌تر بودند و خبری را که شنیده بودند نه به سه نفر بلکه به ۵ یا ۱۰ نفر دیگر اطلاع میدادند در آنصورت واضح است که شایعه بمراتب زودتر پخش میشد.

بطور مثال اگر خبر به پنج نفر رسانیده میشد در آنصورت تمام شهر بدینترتیب اطلاع می‌یافت:

ساعت	۸	۱ =	نفر
»	$۸\frac{۱}{۴}$	۶ = ۵ + ۱	»
»	$۸\frac{۱}{۲}$	۳۱ = (۵ × ۵) + ۶	»
»	$۸\frac{۳}{۴}$	۱۵۶ = (۲۵ × ۵) + ۳۱	»
»	۹	۷۸۱ = (۱۲۵ × ۵) + ۱۵۶	»
»	$۹\frac{۱}{۴}$	۳۹۰۶ = (۶۲۵ × ۵) + ۷۸۱	»
»	$۹\frac{۱}{۲}$	۱۹۵۳۱ = (۳۱۲۵ × ۵) + ۳۹۰۶	»

قبل از ساعت $۹\frac{۳}{۴}$ صبح تمام ۵۰۰۰۰ نفر ساکنین شهر از خبر رسیده مطلع میشدند.

هرگاه هر شنونده، خبر رسیده را به ده نفر دیگر برساند شایعه باز هم زودتر پخش میگردد. در اینصورت ما چنین رشتهٔ عددی

جالب و سریعاً متزایدی را حاصل مینمائیم:

ساعت	۸	۱ =	نفر،
"	۸ ۱/۴	۱ + ۱۰ = ۱۱	"،
"	۸ ۱/۲	۱۱ + ۱۰۰ = ۱۱۱	"،
"	۸ ۳/۴	۱۱۱ + ۱۰۰۰ = ۱۱۱۱	"،
"	۹	۱۱۱۱ + ۱۰۰۰۰ = ۱۱۱۱۱	"،

واضحاً عدد بعدی این رشته عبارت است از ۱۱۱ ۱۱۱ و این امر نشان میدهد که در اولین دقایق پس از ساعت ۹ صبح همهٔ ساکنین شهر از خبر اطلاع مییابند. شایعه در ظرف تقریباً یکساعت پخش میگردد!

۶۱. بهمنی از دوچرخه‌های ارزان. در سالهای قبل از انقلاب در روسیه کارخانه‌دارانی وجود داشتند و در کشورهای خارجی شاید اکنون هم وجود دارند که جهت فروش مصنوعاتشان بویژه اگر دارای کیفیت متوسط باشد از شیوهٔ جالب استفاده میکنند. آنها کار را از چاپ آگهی‌هائی بدین شرح در روزنامه‌ها و مجلات پرفروش شروع میکردند:

> دوچرخه‌ای در مقابل ۱۰ روبل!
> هر کس میتواند با خرج تنها ۱۰ روبل صاحب دوچرخه گردد.
> از فرصت استفاده کنید. ۱۰ روبل بجای ۵۰ روبل.
> شرایط خرید برایگان ارسال میشود.

البته کسان بسیاری با مطالعهٔ چنین اعلانی تحریک میشدند و خواهش میکردند تا شرایط این خرید غیر عادی را برایشان ارسال نمایند. در جواب به این تقاضا آنها یک جزوهٔ مفصل دریافت مینمودند که از آن معلومات ذیل را میگرفتند.

عجالتاً در برابر ۱۰ روبل پرداختی بجای دوچرخه فقط چهار بلیط ارسال میشد تا آنها را مشتری به چهار تن از دوستان خود، بلیطی ۱۰ روبل، به فروش برساند و ۴۰ روبلی که بدینترتیب جمع‌آوری میشد باید به شرکت ارسال میگردید و تنها پس از این، دوچرخه

ارسال میشد. یعنی این دوچرخه حقیقتاً برای مشتری به قیمت ۱۰ روبل تمام می‌شد زیرا ۴۰ روبل ما بقی از جیب وی پرداخت نمی‌گردید. البته، علاوه بر پرداخت ۱۰ روبل مشتری درد سری پیدا میکرد تا بلیطها را به آشنایان بفروشد ولی این کار کوچک، بحساب نمیآمد.

این بلیطها چه بلیطهائی بودند؟ چه منافعی را خریدار آن در مقابل ۱۰ روبل حاصل مینمود؟ خریدار بلیط حق داشت این بلیط را با پنج بلیط شرکت عوض نماید یا بعبارت دیگر امکان می‌یافت ۵۰ روبل جهت خرید دوچرخه جمع‌آوری کند که در حقیقت برایش ۱۰ روبل یعنی بقیمت بلیط تمام میشد. دارندگان دیگر بلیط بنوبهٔ خود هر یکی پنج بلیط از شرکت حاصل مینمودند تا آنها را توزیع نمایند و الخ.

اول بنظر میرسد که در اینجا هیچ فریبی وجود ندارد. وعدهٔ آگهی تجارتی بحقیقت میپیوست یعنی دوچرخه واقعاً برای خریدار تنها ۱۰ روبل تمام میگردید و شرکت نیز زیانی را متحمل نمیشد زیرا برای جنس خود قیمت کامل آنرا حاصل مینمود.

معذلک تمام این بازی سر تا پا فریب است. این کلاه‌برداری که در روسیه بنام «بهمن» و در فرانسه بنام «گلولهٔ برفی» معروف بود برای آن عدهٔ زیادی که نمیتوانستند بلیطها را بفروش برسانند زیان‌آور بود. آنها فرق بین قیمت جنس (یعنی ۵۰ روبل) و قیمت بلیط (یعنی ۱۰ روبل) را به شرکت میپرداختند. دیر یا زود حتماً موقعی فرا میرسید که دارندگان بلیطها نمیتوانستند خریدار پیدا کنند. اگر شما بخود زحمتی بدهید و با مداد در دست، جریان افزایش سریع عدهٔ کسانی را که در بهمن گیر میافتادند پیگیری کنید پی میبرید که قضیه حتماً میبایستی بهمین جا ختم شود.

گروه اول خریداران که بلیطها را مستقیماً از شرکت گرفته‌اند معمولاً بدون زحمت میتوانند خریدار پیدا نمایند. هر عضو این گروه برای چهار مشتری جدید بایط فراهم می‌آورد.

این چهار نفر باید بلیطهایشانرا به ۴×۵ یعنی ۲۰ نفر دیگر بفروش برسانند و برای رسیدن بهلف، آنها را به مفید بودن این خرید متقاعد سازند. فرض کنیم که این عمل بحقیقت پیوسته و ۲۰ خریدار جلب گردیده باشند.

بهمن براه خود ادامه میدهد: ۲۰ دارندهٔ جدید بلیط باید ۱۰۰=۵×۲۰ خریدار دیگر پیدا نمایند.

تا حال هر یک از «پیش‌کسوت‌های» بهمن

$$۱+۴+۲۰+۱۰۰=۱۲۵$$

نفر را جلب نموده است که از آن جمله ۲۵ نفر دارای دوچرخه بوده و ۱۰۰ نفر دیگر آرزوی دریافت آنرا در مقابل پرداخت ده روبل دارند.

اکنون بهمن از حدود محفل آشنایان خارج شده و در شهر پخش میشود. اما جلب اشخاص تازه برای آن مشکلتر میگردد. این ۱۰۰ نفر دارندهٔ بلیط باید بلیط‌ها را به ۵۰۰ نفر دیگر بفروش رسانده و ۵۰۰ نفر مذکور ناچارند ۲۵۰۰ خریدار تازه را جلب نمایند. شهر بزودی از بلیط‌ها پر میشود و گیر آوردن مشتریان جدید به اشکال بر میخورد.

شما میبینید که عدهٔ اشخاصیکه گرفتار بهمن میشوند بر حسب همان ضابطه ازدیاد مییابد که هنگام صحبت پیرامون پخش شایعات ما با آن روبرو شدیم. در زیر، هرم عددی‌ایکه در این مورد حاصل میگردد از نظرتان میگذرد:

۱
۴
۲۰
۱۰۰
۵۰۰
۲۵۰۰
۱۲۵۰۰
۶۲۵۰۰

هرگاه شهر بزرگ باشد و تعداد ساکنین آن که قابلیت دوچرخه‌سواری را دارا میباشند به $۶۲\frac{۱}{۲}$ هزار نفر برسد آنگاه در لحظهٔ مورد بررسی یعنی در «دور» هشتم، بهمن باید متوقف گردد زیرا همه گرفتار آن شده‌اند. ولی فقط یک پنجم اهالی دارای دوچرخه هستند در صورتیکه $\frac{۴}{۵}$ مابقی بلیط‌هائیرا در دست دارند که واجد خریدار نیست.

برای شهرهائیکه دارای تعداد نفوس زیاد هستند، حتی برای پایتخت‌های معاصر که نفوس آنها به میلیونها نفر میرسد، لحظهٔ اشباع فقط پس از چند دور دیگر فرا میرسد زیرا اعداد وارد در آن فوق‌العاده سریع افزایش می‌یابد. اینک طبقات بعدی هرم عددی ما از نظرتان میگذرد:

۳۱۲ ۵۰۰
۱ ۵۶۲ ۵۰۰
۷ ۸۱۲ ۵۰۰
۳۹ ۰۶۲ ۵۰۰

بطوریکه مشاهده میکنید در دور دوازدهم بهمن میتواند تمام نفوس یک مملکت را در بر گیرد و ۸۰٪ این عده فریب سازماندهندگان بهمن را میخورند.

اکنون نتیجه‌گیری مینمائیم که شرکت از براه انداختن بهمن چه سودی را بدست می‌آورد. شرکت، ۸۰٪ اهالی را مجبور میسازد پول اجناسی را که ۲۰٪ مابقی اهالی دریافت نموده‌اند بپردازند یا بعبارت دیگر چهار نفر را مجبور میسازد که مخارج شخص پنجمی را تامین کنند. ضمناً شرکت مجاناً عدهٔ کثیر توزیع‌کنندهٔ کوشا را برای مصنوعاتش جلب مینماید. یکی از نویسندگان روس (ای. ای. یاسینسکی) این کلاه‌برداری را کاملا به حق بمثابهٔ «بهمن کلاه‌برداری‌های متقابل» ارزیابی نموده است. غول عددی که پشت این کلاه‌برداری بطور نامرئی قرار دارد کسانیرا که نمیتوانند از طریق حساب منافع شخصی خود را از سوء قصد اشخاص متقلب حفظ کنند مجازات مینماید.

۶۲. پاداش. اینک توجه شما را به داستانی جلب میکنیم که بنا به روایتی* چندین قرن پیش در رم قدیم بوقوع پیوسته است.

---

* این داستان، اقتباسی تقریبی از دست‌نویس لاتینی قدیمی است که متعلق به یکی از کتابداران انگلیس میباشد.

سپه‌سالار ترنسیوس بدستور امپراطور لشکرکشی پیروزمندانه‌ای را انجام داده و با غنایم به رم باز گشت. پس از رسیدن به پایتخت، وی از پیشگاه امپراطور بار خواست.

امپراطور مشفقانه ویرا پذیرفته و مراتب سپاسگذاری صمیمانه‌اش را بخاطر خدمات نظامی او به امپراطوری به او تقدیم نمود، سپس وعده داد که او را به مقام بلند عضویت در مجلس سنا برساند.

ولی ترنسیوس به اینکار ضرورت نداشت. او مخالفت نمود:

— من پیروزیهای زیادی را بدست آورده‌ام تا توانائی ترا، اعلیحضرتا، بالا برم و نام ترا پرافتخار سازم. من از مرگ نترسیده‌ام و اگر من بجای یک جان چندین جان داشتم همه‌اش را فدای تو میکردم. ولی من از جنگ خسته شده‌ام. دورهٔ جوانی گذشته است و خون در شرائین من بکندی جریان دارد. حال زمانی فرا رسیده است که در خانهٔ نیاکان خود استراحت کنم و از سرور زندگی خانگی لذت ببرم.

امپراطور پرسید:

— از من چه خواهشی داری ترنسیوس؟

— اعلیحضرتا! با گذشت به سخنان من گوش بده! طی سالهای طولانی زندگی نظامی‌ام که همه‌روزه شمشیر را با خون رنگین میکردم، من وقت نکرده‌ام برای خود پولی پس‌انداز نمایم. من فقیر هستم، اعلیحضرتا،...

— ادامه بده، ترنسیوس شجاع.

سپه‌سالار با جرأت بیشتر ادامه داد:

— هرگاه بخواهی به نوکر کوچکت پاداشی بدهی بگذار سخاوت تو بمن کمک کند تا بقیهٔ سالهای عمرم را به آرامی و بی‌نیاز از پول در کانون خانه بگذرانم. من در طلب افتخار و مقام بلند در مجلس سنا که مظهر قدرت است نیستم. من آرزو دارم از قدرت و زندگی اجتماعی کناره‌گیری نمایم تا به آرامی استراحت کنم. اعلیحضرتا، جهت تأمین بقیهٔ عمرم بمن پول بده!

چنین روایت میشود که امپراطور چندان سخاوت نداشت. او

دوست داشت پولها را برای خود پس‌انداز نماید و برای دیگران کم خرج میکرد. خواهش سپه‌سالار وی را بفکر انداخت.

امپراطور سؤال کرد:

— ترنسیوس، چه مبلغی را برای خود کافی میدانی؟

— یک میلیون دینار، اعلیحضرتا!

امپراطور باز هم بفکر رفت و سپه‌سالار سر را پائین انداخته و منتظر بود.

بالاخره امپراطور گفت:

— ترنسیوس دلیر! تو جنگ‌آور بزرگی هستی و قهرمانی‌های پرافتخارت ترا لایق پاداش خوبی ساخته است. من بتو ثروتی میدهم. فردا مقارن ظهر تصمیم مرا در اینجا میشنوی.

ترنسیوس تعظیم نمود و خارج شد.

۲.

فردای آن روز سپه‌سالار در ساعت مقرر به قصر امپراطور آمد. امپراطور گفت:

— سلام بر تو، ترنسیوس شجاع!

ترنسیوس سر تعظیم فرو آورد.

— اعلیحضرتا، من آمدم تا تصمیم ترا بشنوم. تو لطف کرده و وعده دادی بمن پاداشی بدهی.

امپراطور جواب داد:

— نمیخواهم که جنگجوی آزاده‌ای همچو تو در برابر قهرمانی‌هایش پاداش ناچیزی بگیرد. به سخنان من گوش بده، در خزانهٔ من پنج میلیون براس* مسی وجود دارد. اکنون در حرفهایم دقت کن. تو به خزانهٔ من داخل میشوی و یک سکه را برداشته بدینجا بر می‌گردی و جلو پای من میگذاری. در روز بعدی دوباره بخزانه رفته سکهٔ معادل ۲ براس را بر میداری و در اینجا پهلوی سکهٔ اولی میگذاری. روز سوم سکه‌ای را میاوری که ارزش ۴ براس را دارد و روز چهارم سکهٔ معادل ۸ براس، و روز پنجم ۱۶ براس و الی آخر بطوریکه هر دفعه

* سکه‌ای است معادل یک پنجم دینار.

ارزش سکه دو برابر دفعه قبل باشد. من دستور میدهم که برای تو همه‌روزه سکه های مربوطه را مسکوک سازند و تا زمانیکه قدرت برداشتن سکه‌ها را داشته باشی میتوانی همه‌روزه از خزانهٔ من پول بگیری. ولی هیچکس حق ندارد در این امر بتو کمک کند. تو باید فقط از نیروی خود استفاده کنی. و زمانیکه دانستی که دیگر توان برداشتن سکه را نداری توقف کن، همانجا قرارداد ما ختم میشود و تمام سکه‌هائیرا که تو از خزانه خارج کرده‌ای به تو تعلق میگیرد و پاداش تو میشود.

ترنسیوس هر کلمه‌ایرا که امپراطور ادا میکرد دقیقاً به حافظه میسپرد.

او تعداد فوق‌العاده کثیر سکه‌ها یکی بزرگتر از دیگری را که از خزانهٔ دولت بیرون میاورد، در نظرش مجسم میکرد.

سپه‌سالار با تبسم سرورآمیز جواب داد:

— اعلیحضرتا، من از مهربانی تو راضی هستم. پاداش تو واقعاً مظهر سخاوت است!

۲.

مراجعهٔ همه‌روزهٔ ترنسیوس به خزانهٔ دولت شروع شد. خزانه در نزدیکی تالار پذیرائی امپراطور واقع بود و حمل سکه‌های اول هیچ اشکالی برای ترنسیوس ایجاد نمیکرد.

در روز اول او تنها یک براس از خزانه بیرون آورد. این سکه دارای قطر ۲۱ میلی‌متر و وزن ۵ گرم بود.

رفت و آمدهای دوم، سوم، چهارم، پنجم و ششم وقتیکه سپه سالار سکه‌های دارای وزن ۲ برابر، ۴ برابر، ۸ برابر، ۱۶ برابر و ۳۲ برابر سکهٔ اولی را خارج نمود، نیز آسان بود.

سکهٔ هفتم بمقیاس معاصر ۳۲۰ گرم وزن داشت و قطر آن ۸ $^1/_2$ سانتی‌متر (یا دقیقتر، ۸۴ میلی‌متر) بود*.

---

* هرگاه حجم سکه‌ای ۶۴ بار بیشتر از حجم سکهٔ معمولی باشد آنگاه قطر و ضخامت آن ۴ بار از سکهٔ معمولی بیشتر است زیرا $۶۴ = ۴ \times ۴ \times ۴$. این موضوع را باید در ادامهٔ حکایت نیز هنگام محاسبهٔ اندازه‌های سکه‌ها مد نظر گرفت.

روز هشتم ترنسیوس ناچار شد سکه‌ای معادل ۱۲۸ سکه یک‌براسی را از خزانه بیرون آورد. وزن آن ۶۴۰ گرم، و قطر آن در حدود ۱۰ ۱/۲ سانتی‌متر بود.

روز نهم ترنسیوس سکه‌ای معادل ۲۵۶ سکهٔ یک‌براسی را به تالار امپراطور آورد. قطر این سکه ۱۳ سانتی‌متر، و وزن آن بیش از ۱ ۱/۴ کیلوگرم بود.

روز دوازدهم قطر سکه به ۲۷ سانتی‌متر، و وزن آن به ۱۰ ۱/۴ کیلوگرم رسید.

امپراطور که تا آن هنگام به سپه‌سالار با مهربانی مینگریست اکنون سرور خود را پنهان نمیکرد. وی میدید که ۱۲ رفت و آمد صورت گرفته است و از خزانه تنها کمی بیشتر از ۲۰۰۰ سکهٔ مسی خارج شده است.

روز سیزدهم ترنسیوس شجاع با سکه‌ای روبرو شد که معادل ۴۰۹۶ سکه یک‌براسی بود. قطر آن ۳۴ سانتی‌متر، و وزن آن ۲۰ ۱/۲ کیلوگرم بود.

روز چهاردهم ترنسیوس سکه‌ای بوزن ۴۱ کیلوگرم و بقطر ۴۲ سانتی‌متر را از خزانه بیرون آورد.

امپراطور که بسختی تبسمش را خفه میکرد از او پرسید:

— ترنسیوس شجاع من، آیا خسته نشده‌ای؟

سپه‌سالار در حالیکه عرق جبین را پاک میکرد با ترش‌روئی جواب داد:

— نه خیر، اعلیحضرتا.

روز پانزدهم فرا رسید. این مرتبه بار ترنسیوس گران بود. در حالیکه او سکهٔ بزرگی معادل ۱۶ ۳۸۴ سکهٔ یک‌براسی را حمل میکرد آهسته آهسته بسوی امپراطور راه میرفت. این سکه ۵۳ سانتی‌متر قطر و ۸۰ کیلوگرم وزن داشت یعنی وزن یک سرباز تنومند.

روز شانزدهم سپه‌سالار در زیر بار گرانی که بر پشت نهاده بود تلو میخورد. این سکه معادل ۳۲ ۷۶۸ سکه یک‌براسی و دارای وزن ۱۶۴ کیلوگرم و قطر ۶۷ سانتی‌متر بود.

شکل ۵۲. سکهٔ هفدهم.

سپه‌سالار از رمق افتاده بود و نفس نفس میکشید. امپراطور هم تبسم میکرد...

وقتیکه ترنسیوس در روز آینده به تالار پذیرائی امپراطور آمد با خندهٔ بلند امپراطور مواجه گردید. ترنسیوس دیگر نمیتوانست بار خود را در دست ببرد بلکه آنرا در پیشاپیش خود میغلتانید. قطر سکه ۸۴ سانتی‌متر، و وزن آن ۳۲۸ کیلوگرم بود. این سکه معادل ۶۵۵۳۶ سکهٔ یک‌براسی بود.

روز هجدهم آخرین روز ثروت‌اندوزی ترنسیوس بود. در این روز، مراجعات او به خزانه و حمل بار به تالار پذیرائی امپراطور خاتمه یافت. اینبار او سکه‌ای را بیرون آورد که معادل ۱۳۱۰۷۲ سکهٔ یک‌براسی و دارای قطر بیشتر از یک متر و وزن ۶۵۵ کیلوگرم بود. ترنسیوس با استفاده از نیزهٔ خود بعنوان اهرم و با بکار بردن حد اکثر نیرو این سکه را داخل تالار غلتانید. سکهٔ غول‌آسا با صدای بلند جلو پاهای امپراطور افتاد.

ترنسیوس در حالیکه دیگر رمقی نداشت با صدای خفیفی گفت:

— دیگر نمیتوانم... بس است.

امپراطور با مشاهدهٔ موفقیت حیله‌اش به اشکال از خندهٔ رضایت

آمیز خودداری کرد. او به خزانه‌دار امر نمود تا محاسبه نماید ترنسیوس مجموعاً چند براس به تالار پذیرائی آورده بود.

خزانه‌دار امر را اجراء نموده و گفت:

— اعلیحضرتا، در پرتو سخاوت تو جنگجوی پیروزمند ترنسیوس پاداشی معادل ۲۶۲ ۱۴۳ براس را حاصل نمود.

بدینترتیب امپراطور خسیس تقریباً یک بیستم مبلغ یک میلیون دینار را که ترنسیوس خواهش نموده بود به وی داد.

اکنون محاسبهٔ خزانه دار و ضمناً وزن سکه‌ها را وارسی میکنیم. ترنسیوس سکه‌ها را به ترتیب ذیل بیرون آورد:

روز	اول	۱	براس	بوزن			۵	گرم
”	دوم	۲	”	”			۱۰	”
”	سوم	۴	”	”			۲۰	”
”	چهارم	۸	”	”			۴۰	”
”	پنجم	۱۶	”	”			۸۰	”
”	ششم	۳۲	”	”			۱۶۰	”
”	هفتم	۶۴	”	”			۳۲۰	”
”	هشتم	۱۲۸	”	”			۶۴۰	”
”	نهم	۲۵۶	”	”	۱	کیلوگرم و	۲۸۰	”
”	دهم	۵۱۲	”	”	۲	”	۵۶۰	”
”	یازدهم	۱۰۲۴	”	”	۵	”	۱۲۰	”
”	دوازدهم	۲۰۴۸	”	”	۱۰	”	۲۴۰	”
”	سیزدهم	۴۰۹۶	”	”	۲۰	”	۴۸۰	”
”	چهاردهم	۸۱۹۲	”	”	۴۰	”	۹۶۰	”
”	پانزدهم	۱۶۳۸۴	”	”	۸۱	”	۹۲۰	”
”	شانزدهم	۳۲۷۶۸	”	”	۱۶۳	”	۸۴۰	”
”	هفدهم	۶۵۵۳۶	”	”	۳۲۷	”	۶۸۰	”
”	هجدهم	۱۳۱۰۷۲	”	”	۶۵۵	”	۳۶۰	”

ما میدانیم که حاصل‌جمع اعداد چنین رشته‌هائی را بسادگی میتوان محاسبه نمود: برای ستون دوم این حاصل‌جمع طبق قاعده‌ایکه در صفحهٔ ۹۷ ذکر شد مساویست به ۲۶۲ ۱۴۳. ترنسیوس از

امپراطور یک میلیون دینار یا ۵۰۰۰۰۰۰ براس خواسته بود. پس او

۵۰۰۰۰۰۰ : ۲۶۲۱۴۳ ≈ ۱۹

بار کمتر حاصل نمود.

۹۳. افسانهٔ صفحهٔ شطرنج. شطرنج قدیمترین بازیها میباشد. تاریخچهٔ این بازی چندین قرن دارد و تعجب‌آور نیست که روایات مختلف در بارهٔ آن وجود دارد ولی حقیقت این روایات را بخاطر قدامت زیاد نمیتوان تحقیق نمود.

یکی از چنین افسانه‌هائی را میخواهم نقل کنم. برای درک مفهوم آن ضرور نیست که حتماً بازی شطرنج را بلد باشید. تنها دانستن این کافیست که این بازی روی تخته‌ای صورت میگیرد که دارای ۶۴ خانهٔ سیاه و سفید متناوب میباشد.

۰۱

بازی شطرنج در هند عرض وجود نمود و زمانیکه پادشاه هند شرام با این بازی آشنا شد از جوانب عقلی و تنوع حالات ممکنهٔ آن به وجد آمد.

وقتی پادشاه دانست که این بازی را یکی از اتباع او اختراع کرده است فرمان داد مخترع را نزد وی احضار نمایند تا شخصاً برای این اختراع جالب باو پاداشی بدهد.

مخترع که اسم او ستا بود در دربار فرمانفرما حاضر شد. این شخص عالمی بود که لباس ساده بتن داشت و روزی خود را از شاگردانش حاصل مینمود.

پادشاه گفت:

— ستا، من آرزو دارم بتو برای بازی زیبائی که اختراع نموده‌ای پاداش خوبی بدهم.

شخص خردمند تعظیم نمود.

پادشاه ادامه داد:

— من بقدر کافی ثروتمند هستم تا بزرگترین خواهش ترا برآورده سازم. پاداش مورد پسندت را بگو و آنرا حاصل میکنی.

شکل ۵۳. «بابت خانهٔ دوم امر کن دو دانه داده شود».

ستا ساکت بود.
پادشاه به وی جرئت داده گفت:
— نترس! خواهشت را بگو. من از هیچ چیز دریغ نمیکنم تا آنرا برآورده سازم.
— مهربانی تو زیاد است، اعلیحضرتا. اما به من تا فردا مهلت بده فکر کنم. فردا وقتیکه خوب فکر کردم خواهش خود را بتو اعلام میدارم.
وقتی روز دیگر ستا به دربار آمد با خواهش ساده و ناچیزش پادشاه را متحیر ساخت.
ستا گفت:
— اعلیحضرتا، فرمان بده تا در بابت خانهٔ اول تختهٔ شطرنج یک دانهٔ گندم بمن بدهند.
پادشاه متعجب شده پرسید:
— یک دانهٔ سادهٔ گندم؟
— بلی، اعلیحضرت. بابت خانهٔ دوم بفرما بمن ۲ دانه گندم بدهند، بابت خانهٔ سوم ٤ دانه، بابت خانهٔ چهارم ۸ دانه، بابت خانهٔ پنجم ۱٦ دانه، بابت خانه ششم ۳۲ دانه...

پادشاه بلحن قهرآمیز حرف او را قطع نموده گفت: بس است! تو در بابت هر ۶۴ خانهٔ صفحهٔ شطرنج مطابق با خواهشت گندم میگیری یعنی بابت هر خانه، دو برابر بیشتر از خانهٔ قبلی گندم میگیری. اما بدان که خواهش تو شایستهٔ سخاوت من نیست. با چنین خواهش ناچیزی تو مهربانی مرا گستاخانه نادیده میگیری. تو که معلم هستی میبایستی درس بهتری در بارهٔ احترام به نیکی پادشاهت بدهی. برو. نوکران من کیسه گندمی برای تو میآورند. ستا تبسم کنان تالار را ترک گفته و دم دروازهٔ قصر بانتظار ایستاد.

۲.

سر سفرهٔ نهار پادشاه مخترع شطرنج را بخاطر آورده و کسی را فرستاد تا بپرسد که آیا ستا پاداش ناچیز خود را با خود برده است یا نه؟

در جواب شنید:

— اعلیحضرتا، امر تو در دست اجراء است. ریاضی‌دانهای دربار تعداد دانه‌های گندم را دارند محاسبه میکنند.

پادشاه ابرویش را در هم کشید. او عادت نداشت که امر او به این آهستگی اجراء گردد.

شب، قبل از اینکه بخوابد پادشاه یک بار دیگر جویا شد که ستا چه وقت با کیسهٔ گندمش محوطهٔ قصر را ترک گفته است.

به او جواب دادند:

— اعلیحضرتا، ریاضی‌دانان تو بطور خستگی‌ناپذیر کار میکنند و امیدوارند تا فردا صبح محاسبه را بپایان برسانند.

پادشاه با خشم فریاد زد:

— چرا این کار را به تأخیر میاندازند؟ فردا قبل از اینکه من بیدار شوم باید تمام دانه‌های گندم به ستا داده شده باشد. من دو مرتبه امر نمیکنم.

فردا صبح به پادشاه خبر دادند که سرکردهٔ ریاضی‌دانان دربار میخواهد باو گزارش مهمی بدهد.

پادشاه دستور داد به وی اجازهٔ ورود بدهند. شرام اعلام کرد:

– قبل از اینکه کار خود را بگوئی میخواهم بشنوم که آیا بالاخره آن پاداش ناچیزی‌را که ستا برای خود تعیین نموده بود به او داده شده یا خیر؟

ریاضی‌دان پیر جواب داد:

– من بخاطر همین کار در این ساعت زود جرأت کردم در پیشگاهت حاضر شوم. ما با دقت و صداقت تعداد کل دانه‌های گندم را که ستا میخواهد محاسبه نمودیم. این تعداد بقدری زیاد است که...

پادشاه با تکبر حرفش را قطع نموده گفت: هر قدر که این تعداد زیاد باشد باید بر حسب وعده داده شود، با این کار انبارهای من خالی نمیشود.

– اعلیحضرتا، بر آوردن چنین خواهش‌هائی از قدرت تو بیرون است. در تمام انبارهای تو آنقدر گندم که ستا خواسته است وجود ندارد. این تعداد دانه‌های گندم در تمام انبارهای مملکت و در تمام سطح زمین پیدا نمیشود. و هرگاه آرزو داشته باشی حتماً پاداش موعود را بدهی آنگاه امر کن که تمام ممالک جهان را به مزارع تبدیل نمایند، دستور بده که تمام بحار و اقیانوسها را خشک کنند، فرمان بفرما که برف‌ها و یخچالهائی را که صحراهای شمالی دوردست را پوشانیده‌اند آب نمایند. بگذار تمام سطح این مناطق گندم‌زار گردد و امر کن که تمام گندم حاصله به ستا داده شود. آنوقت او پاداش خود را دریافت میکند.

پادشاه با تعجب و دقت به سخنان ریاضی‌دان گوش میداد و بالاخره با حالت تفکرآمیز گفت:

– پس این عدد سرسام‌آور را بگو.

– هجده کوینتیلیون و چهار صد و چهل و شش کوادریلیون و هفتصد و چهل و چهار تریلیون و هفتاد و سه بیلیون و هفتصد و نه میلیون و پانصد و پنجاه و یک هزار و شش صد و پانزده، اعلیحضرتا.

۰۳

روایت چنین است اما اینکه حقیقت دارد یا نه معلوم نیست ولی پاداشی که در روایت ذکر گردیده است باید با همان عدد

بیان میگردید و شما خودتان میتوانید از این امر یقین حاصل کنید اگر حوصلهٔ محاسبهٔ طولانی را داشته باشید.

باید با شروع از یک، اعداد ۱، ۲، ٤، ۸ و غیره را با هم جمع نمود. نتیجهٔ تضاعف شصت و سوم نشان میدهد که بابت خانهٔ ٦٤ـم صفحهٔ شطرنج چند دانهٔ گندم نصیب مخترع میگردید. با پیروی از طریقهٔ ذکر شده در صفحهٔ ۹۷ ما بدون اشکال جمع کل دانه‌های گندم مورد مطالبه را پیدا مینمائیم. برای این منظور عدد آخری را دو برابر ساخته و یک را از آن تفریق میکنیم. پس محاسبه تنها در ضرب ٦٤ رقم ۲ خلاصه میگردد:

$$۲ \times ۲ \times ۲ \times ۲ \times ۲ \times ۲ \times \ldots \quad (\text{٦٤ مرتبه})$$

جهت ساده ساختن محاسبه، این ٦٤ سازه را به شش گروهی که هر یک مشتمل بر ۱۰ عدد ۲ است و یک گروه آخری متشکل از ٤ عدد ۲ تجزیه میکنیم. بطوریکه میتوان به آسانی امتحان کرد حاصل‌ضرب ۱۰ عدد ۲ مساوی به ۱۰۲٤، و حاصل‌ضرب ٤ عدد ۲ مساوی به ۱٦ است. یعنی نتیجهٔ مطلوب مساویست به

$$۱۰۲٤ \times ۱۰۲٤ \times ۱۰۲٤ \times ۱۰۲٤ \times ۱۰۲٤ \times ۱۰۲٤ \times ۱٦$$

با ضرب ۱۰۲٤×۱۰۲٤ عدد ۱ ۰٤۸ ۵۷٦ را دریافت میکنیم. حالا باید حاصل‌ضرب ذیل را در یافت نمائیم:

$$۱\,۰٤۸\,۵۷٦ \times ۱\,۰٤۸\,۵۷٦ \times ۱\,۰٤۸\,۵۷٦ \times ۱٦$$

و نتیجه را یک واحد کم کنیم. آنگاه تعداد مطلوب دانه‌های گندم را بدست می‌آوریم:

۱۸ ٤٤٦ ۷٤٤ ۰۷۳ ۷۰۹ ۵۵۱ ٦۱۵

هرگاه بخواهید بزرگی این غول عددی را در نظرتان مجسم کنید ابعاد انباری را تخمین بزنید که گنجایش این تعداد دانه‌های گندم‌را داشته باشد. از قرار معلوم یک متر مکعب گندم شامل ۱۵ میلیون دانه است. یعنی پاداش مخترع شطرنج باید حجمی تقریب ۰۰۰ ۰۰۰ ۰۰۰ ۰۰۰ ۱۲ متر مکعب یا ۰۰۰ ۱۲ کیلومتر

مکعب را اشغال میکرد. هرگاه ارتفاع انبار ٤ متر و عرض آن ۱۰ متر میبود آنگاه طول آن باید به ۳۰۰۰۰۰۰۰۰ کیلومتر یعنی دو برابر فاصله بین زمین و خورشید میرسید!..

پادشاه هند قادر به پرداخت چنین پاداشی نبود. ولی اگر او ریاضی بلد میبود میتوانست بآسانی از این قرض کمرشکن رهائی یابد. برای اینکار باید به ستا پیشنهاد میکرد که خودش تمام دانه‌های گندمی را که میبایستی حاصل نماید بشمارد.

حقیقتاً اگر ستا شب و روز با سرعت یک دانه در ثانیه بلاوقفه شمارش میکرد در آنصورت طی شبانه‌روز اول فقط ۸٦٤۰۰ دانه گندم را جدا مینمود. برای شمارش یک میلیون دانه حد اقل ۱۰ شبانه‌روز لازم میشد. یک متر مکعب گندم را او تقریباً در ظرف نیم سال میشمرد و در نتیجه فقط ٥ چارک حاصل مینمود. هرگاه ده سال بلاوقفه شمارش میکرد بیش از ۱۰۰ چارک برای خود جدا نمیکرد. شما مشاهده میکنید که حتی اگر تمام مدت باقیماندهٔ عمرش را وقف شمارش میکرد با آنهم فقط قسمت ناچیزی از پاداش مورد نظرش را میگرفت.

٦٤. تکثیر سریع. یک غوزهٔ پختهٔ خشخاش مملو از دانه‌های ریز است که از هر کدام آنها ممکن است یک گیاه جداگانه‌ای بروید. چند ساقه خشخاش میروید اگر تمام دانه‌های غوزه جوانه بزنند؟ برای دانستن این موضوع باید تعداد دانه‌های خشخاش را در غوزه بشماریم. اگرچه این کار خسته‌کننده است ولی نتیجه آنقدر جالب میباشد که میارزد حوصله را پیشه کرده و محاسبه را تا آخر برسانیم. معلوم میشود که یک غوزهٔ خشخاش حاوی ۳۰۰۰ دانه میباشد.

از اینجا چه نتیجه‌ای حاصل میشود؟ نتیجه اینست که اگر زمینیکه در دورادور غوزهٔ خشخاش واقع است مناسب و بقدر کافی میبود پس هر دانهٔ خشخاش که به زمین میافتاد جوانه میزد و تابستان آینده در آنجا ۳۰۰۰ خشخاش روئیده و بدین ترتیب از یک غوزه یک مزرعهٔ بزرگ خشخاش بوجود میآمد!

حال ببینیم بعد چه میشود. هر یک از ۳۰۰۰ گیاه حد اقل دارای

یک غوزه (و اکثراً چند غوزه) میباشد که شامل ۳۰۰۰ دانه است. دانه‌های هر غوزه جوانه زده و ۳۰۰۰ گیاه جدید میروید. بنا براین، در سال دوم ما حد اقل

$$۳۰۰۰ \times ۳۰۰۰ = ۹۰۰۰۰۰۰$$

گیاه خواهیم داشت.

بآسانی میتوان محاسبه نمود که در سال سوم تعداد اخلاف یک ساقه خشخاش ما به

$$۹۰۰۰۰۰۰ \times ۳۰۰۰ = ۲۷۰۰۰۰۰۰۰۰۰$$

و در سال چهارم به

$$۲۷۰۰۰۰۰۰۰۰۰ \times ۳۰۰۰ = ۸۱۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰$$

میرسد. در سال پنجم خشخاش در روی کرهٔ زمین جا نمیگیرد زیرا تعداد گیاهان آن مساوی میشود به:

$$۸۱۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰ \times ۳۰۰۰ = ۲۴۳۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰$$

ولی مساحت تمام خشکی یعنی همهٔ قاره‌ها و جزایر زمین مساویست به ۱۳۵ میلیون کیلومتر مربع یا ۱۳۵۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰ متر مربع یعنی تقریباً ۲۰۰۰ مرتبه کمتر از تعداد مذکور ساقه‌های خشخاش.

شما مشاهده میکنید که هرگاه تمام دانه‌های خشخاش جوانه میزدند آنگاه اخلاف یک گیاه طی پنجسال تمام سطح خشکی زمین را میپوشانیدند بطوریکه در هر متر مربع میبایستی دو هزار گیاه جا بگیرد. ببینید که چه غول عددی در یک دانهٔ کوچک خشخاش نهفته است!

هرگاه ما محاسبه مشابهی را بجای خشخاش در مورد یک نبات دیگریکه کمتر تخم ببار می‌آورد انجام دهیم همان نتیجه را حاصل مینمائیم منتهی اخلاف این نبات تمام کرهٔ زمین را نه در ظرف پنج سال بلکه در مدتی کمی بیشتر میپوشاند. بطور مثال گل قاصدی را مد نظر میگیریم که همه‌ساله در حدود صد تخم میدهد.*

---

* در یک ساقه گل قاصد حتی در حدود ۲۰۰ دانه تخم نیز حساب شده است.

هرگاه تمام این تخم‌ها جوانه میزدند آنگاه نتیجهٔ زیر را حاصل مینمودیم:

سال اول	۱	گیاه
« دوم	۱۰۰	«
« سوم	۱۰۰۰۰	«
« چهارم	۱۰۰۰۰۰۰	«
« پنجم	۱۰۰۰۰۰۰۰۰	«
« ششم	۱۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰	«
« هفتم	۱۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰	«
« هشتم	۱۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰	«
« نهم	۱۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰	«

این عدد ۷۰ بار بیشتر از تعداد مترهای مربع تمام خشکی میباشد.
بنا بر این در سال نهم قاره‌های کرهٔ زمین از گل قاصدی بمیزان متر مربعی یک ساقه پوشیده میشد.

پس چرا در واقع چنین تکثیر سریع سرسام‌آوری را مشاهده نمیکنیم؟ زیرا اکثر تخم‌ها قبل از اینکه جوانه بزنند هلاک میشوند؛ یا در خاک مناسب نمی‌افتند و اصلا جوانه نمیزنند یا شروع برشد کرده توسط دیگر نباتات خفه میشوند و یا بالاخره توسط حیوانات نابود میشوند. ولی اگر این قتل عام تخم‌ها و جوانه‌ها در میان نبود در آنصورت هر رستنی میتوانست در یک مدت کوتاه تمام سیارهٔ ما را بپوشاند.

این امر نه تنها در مورد نباتات بلکه در مورد حیوانات نیز صدق میکند. اگر مرگ در میان نبود در آنصورت اخلاف یک جفت حیوان از هر نوع که باشد دیر یا زود تمام زمین را اشغال میکردند. توده‌های ملخ که سطوح وسیعی را اشغال مینمایند در ما تصور از حالتی را بوجود میآورد که پیش می‌آمد هرگاه مرگ مانع از تکثیر موجودات زنده نمیشد. تنها طی بیست — سی سال قاره ها پوشیده از جنگل‌ها و علف‌زارهای صعب‌العبور میگردید و میلیون‌ها حیوانات در آنجا بخاطر دریافت جای زیست با یکدیگر مبارزه مینمودند. اقیانوس‌ها از ماهی آنقدر پر میشد که کشتی‌رانی ناممکن میگردید.

و هوا از کثرت پرندگان و حشرات تقریباً کدر میشد. حال من باب مثال، بررسی میکنیم که مگس خانگی معمولی با چه سرعتی تکثیر میشود. فرض کنیم هر مگس ۱۲۰ دانه تخم بگذارد و در ظرف یک تابستان ۷ نسل مگس بوجود بیایند و نصف تعدادشان ماده باشند. فرض کنیم اولین تخم‌گذاری ۱۵ آوریل شروع شده و مگس ماده طی ۲۰ روز به اندازه‌ای بزرگ شود که خود بتواند تخم بگذارد. در اینصورت جریان تکثیر از قرار زیر است:

بتاریخ ۱۵ آوریل مگس ماده ۱۲۰ تخم گذاشت و در آغاز ماه مه ۱۲۰ مگس بدنیا آمدند و ۶۰ مگس از این جمله ماده بودند.

بتاریخ ۵ ماه مه هر مگس ماده ۱۲۰ تخم گذاشته و در اواسط ماه مه ۷۲۰۰ = ۱۲۰ × ۶۰ مگس و منجمله ۳۶۰۰ مگس ماده بدنیا میآیند.

بتاریخ ۲۵ ماه مه هر یک از ۳۶۰۰ مگس ماده ۱۲۰ تخم میگذارد و در اوائل ژوئن ۴۳۲۰۰۰ = ۱۲۰ × ۳۶۰۰ مگس و منجمله ۲۱۶۰۰۰ مگس ماده بدنیا میآیند.

بتاریخ ۱۴ ژوئن هر یک از ۲۱۶۰۰۰ مگس ماده ۱۲۰ تخم میگذارد و در اواخر ژوئن ۲۵۹۲۰۰۰۰ مگس و از آن جمله ۱۲۹۶۰۰۰۰ ماده بدنیا میآیند.

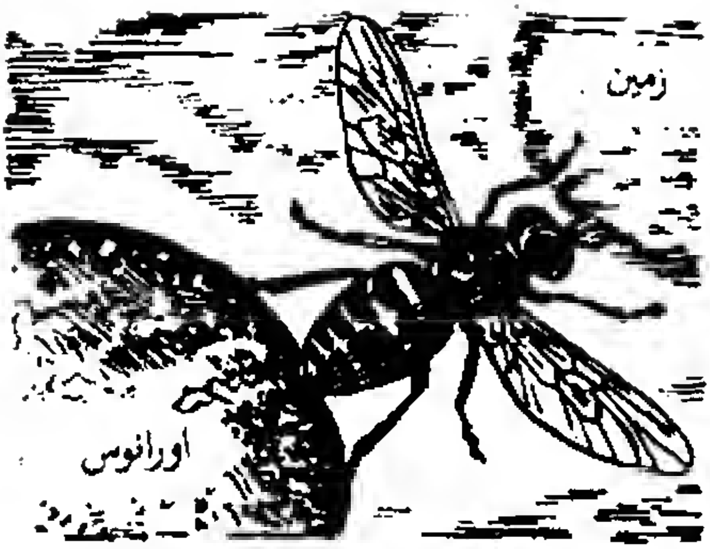
بتاریخ ۵ ژوئیه ۱۲۹۶۰۰۰۰ مگس ماده هر یک ۱۲۰ تخم گذاشته و در همین ماه ۱۵۵۵۲۰۰۰۰۰ مگس جدید منجمله ۷۷۷۶۰۰۰۰۰ مگس ماده بدنیا میآیند.

بتاریخ ۲۵ ژوئیه ۹۳۳۱۲۰۰۰۰۰۰ مگس و از آن جمله ۴۶۶۵۶۰۰۰۰۰۰ مگس ماده بدنیا می‌آیند.

بتاریخ ۱۳ ماه اوت ۵۵۹۸۷۲۰۰۰۰۰۰۰ مگس و از آن جمله ۲۷۹۹۳۶۰۰۰۰۰۰۰ مگس ماده بدنیا می‌آیند.

بتاریخ اول سپتامبر ۳۳۵۹۲۳۲۰۰۰۰۰۰۰۰ مگس بدنیا میآیند.

برای اینکه این تودهٔ فوق‌العاده بزرگ مگس‌ها را که در ظرف یک تابستان میتوانستند از یک جفت بدنیا بیایند بهتر بتوان در نظر مجسم کرد فرض میکنیم که آنها در یک صف مستقیم، در پی همدیگر قرار گرفته‌اند. چون طول مگس ۵ میلی‌متر است لذا تمام این مگس‌ها در امتداد ۲۵۰۰ میلیون کیلومتر یعنی ۱۸ برابر فاصلهٔ



شکل ٤٥. در ظرف یک تابستان اخلاف یک مگس را میشد در یک خط از زمین تا اورانوس قرار داد.

بین زمین و خورشید قرار میگرفتند (یعنی تقریباً معادل فاصلهٔ زمین تا سیارهٔ دورافتادهٔ اورانوس)...

در پایان، چند مورد واقعی تکثیر فوق‌العاده سریع حیواناتی را که در شرایط مناسب قرار داده شده‌اند می‌آوریم.

در امریکا در گذشته گنجشک وجود نداشت. این پرنده که برای ما معمولی میباشد برای از بین بردن حشرات به ایالات متحده وارد شد. از قرار معلوم، گنجشکان کرم‌ها و حشرات مضر به نباتات را بفراوانی میخورند. شرایط جدید مورد پسند گنجشکان قرار گرفت: در امریکا حیواناتی که این پرندگان را بخورند وجود نداشتند و گنجشکان با سرعت زیاد شروع به تکثیر نمودند. تعداد حشرات مضر بطور قابل ملاحظه کم شد ولی بزودی گنجشکان بطوری تکثیر شدند که به سبب فقدان غذای حیوانی شروع به خوردن نباتات و خرابی مزارع نمودند*. مبارزه با گنجشکان شروع گردید و این مبارزه برای امریکائی‌ها آنقدر گران تمام شد که در آینده قانون منع ورود هر نوع حیوانات به امریکا وضع گردید.

---

* و در جزایر هاوائی آنها تمام پرندگان کوچک دیگر را از میان راندند.

مثال دوم. زمانیکه قارهٔ استرلیا بوسیلهٔ اروپائیان کشف گردید در آنجا خرگوش وجود نداشت. خرگوش به آنجا در اواخر قرن ۱۸ وارد شد و چون در آنجا حیوانات وحشی‌ایکه خرگوش را بخورند موجود نبودند لذا تکثیر خرگوشان با آهنگ فوق‌العاده سریع صورت گرفت. بزودی خرگوشان تمام استرلیا را پر نمودند و زیان بزرگی را به زراعت وارد کرده به یک بلای واقعی مبدل گردیدند. برای مبارزه با این حیوان مضر به زراعت مبالغ هنگفتی بمصرف رسید و تنها در پرتو تدابیر قطعی توانستند جلو این مصیبت را بگیرند. چندی بعد همان پدیده در مورد خرگوشان در کالیفورنیا تکرار شد.

حادثهٔ آموزندهٔ سوم در جزیرهٔ جامایکا بوقوع پیوسته است. در آنجا مارهای زهردار فراوان بودند. برای نجات از آنها تصمیم گرفته شد پرندهٔ سنقر پادراز به جزیره وارد شود که دشمن سرسخت مارهای زهردار است. تعداد مارها واقعاً بزودی تقلیل یافت ولی در عوض، تعداد موش‌های صحرائی که در سابق مارها آنها را میخوردند بیحد زیاد گردیدند. موشهای صحرائی به اندازه‌ای به مزارع نیشکر ضرر میرسانیدند که مسالهٔ نابودی آنها بطور مبرم عرض اندام نمود. معلوم است که مانگوست هندی دشمن موش‌های بزرگ میباشد. تصمیم اتخاذ گردید که چهار جفت این حیوان به جزیرهٔ جامایکا آورده شوند و برای آنها شرایط تکثیر آزاد مهیا گردد. مانگوست‌ها با میهن جدید بخوبی سازگار شده و بزودی سراسر جزیره را اشغال کردند. هنوز ده سال نگذشته بود که تمام موشهای بزرگ را نابود ساختند. ولی متأسفانه پس از نابودی موشهای بزرگ، مانگوست‌ها شروع به همه‌خوری نمودند، آنها به توله‌سگ‌ها، بزغاله‌ها، خوک بچه‌ها، پرندگان اهلی و تخم‌های آنها حمله میکردند. بعد از تکثیر بیشتر شروع به خوردن باغ‌های میوه، مزارع گندم و نیشکر نمودند. ساکنین جزیره شروع به نابود ساختن متحدین قبلی خویش نمودند ولی تنها تا اندازه‌ای موفق شدند ضررهای ناشی از مانگوست‌ها را محدود سازند.

۶۵. غذای رایگان. ده پسر جوان تصمیم گرفتند بمناسبت پایان دورهٔ دبیرستان در رستورانی صرف نهار کنند. وقتی همه جمع شدند و

غذای اول سرویس شد آنها شروع به بحث نمودند که به چه ترتیبی باید بدور میز بنشینند. بعضی پیشنهاد میکردند که به ترتیب حروف الفبا، و بعضی دیگر میگفتند که بر حسب سن، دیگران پیشنهاد میکردند که بر حسب موفقیت در تحصیل، و بعضی دیگر میگفتند که باید به ترتیب بلندی قد دور میز بنشینند. بحث بطول انجامید، سوپ سرد شد ولی هیچکس پشت میز ننشست. پیشخدمت رستوران با چنین پیشنهادی آنها را با هم آشتی داد:

— رفقای جوان من! به بحثتان خاتمه بدهید. همه‌تان در هر جائی که پیش آمد پشت میز بنشینید و به سخنان من گوش دهید.

همه به هر جائیکه پیش آمد نشستند و پیشخدمت ادامه داد:

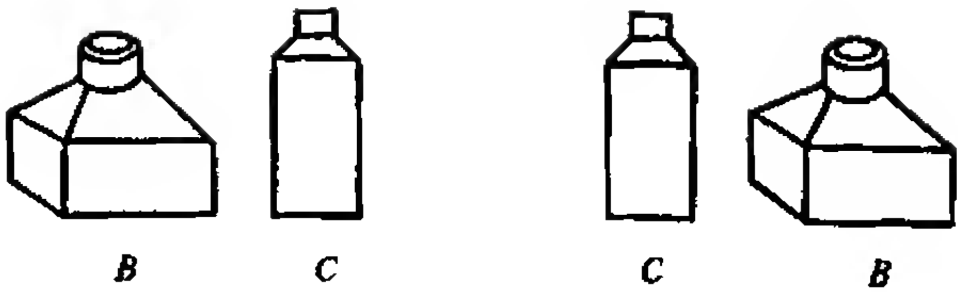
— بگذار یکتن از شما یادداشت کند که حالا به چه ترتیبی نشسته‌اید. فردا باز به اینجا بیائید و به ترتیب دیگری بنشینید. پس‌فردا باز هم بترتیب دیگری بنشینید و بهمین منوال ادامه دهید تا همهٔ حالات ممکنه را امتحان کنید. وقتی هم که دوباره بترتیب امروز بنشینید قول میدهم که از آن ببعد هر روز به شما بهترین غذاها را برایگان میدهم.

این پیشنهاد مورد پسند همگان قرار گرفت. تصمیم گرفته شد که همه‌روزه در این رستوران جمع شوند و تمام حالات ممکنهٔ نشستن پشت میز را امتحان کنند تا هر چه زودتر از غذاهای رایگان بهرمند شوند.

ولی این روز فرخنده فرا نرسیده است و نه بخاطر اینکه پیشخدمت رستوران به وعده‌اش وفا نکرد بلکه به سببی که تعداد حالات ممکنهٔ نشستن بدور میز فوق‌العاده زیاد است. این تعداد مساویست به ۳۶۲۸۸۰۰. باسانی میتوان محاسبه نمود که این تعداد روزها تقریباً ۱۰۰۰۰ سال را تشکیل میدهد!

شاید به نظر شما باور نکردنی برسد که ۱۰ نفر بتوانند باین تعداد زیاد حالات مختلف بنشینند. خودتان میتوانید محاسبه را کنترل کنید.

قبل از همه شما باید یاد بگیرید تعداد جابجائی‌ها را تعیین کنید. برای سادگی محاسبهٔ خویش را از تعداد کم اشیاء مثلا سه شیء شروع میکنیم. این اشیاء را به A، B و C نشان میدهیم.



شکل ۵۵. دو شیيء را فقط بدو طریق میشود قرار داد.

میخواهیم بدانیم که به چند طریق مختلف ممکن است جای این اشیاء را عوض نمائیم. بدینترتیب استدلال میکنیم. هرگاه عجالتاً شییء A را کنار بگذاریم آنگاه جای اشیای باقیماندهٔ C و B را میتوان فقط بدو طریق عوض نمود.

اکنون شییء A را به هر یک از این جفت‌ها اضافه مینمائیم. این عمل را میتوان به سه طریق انجام داد:

۱ — میتوان شییء A را در جلو جفت،
۲ — » » A را در وسط جفت،
۳ — » » A را در آخر جفت قرار داد.

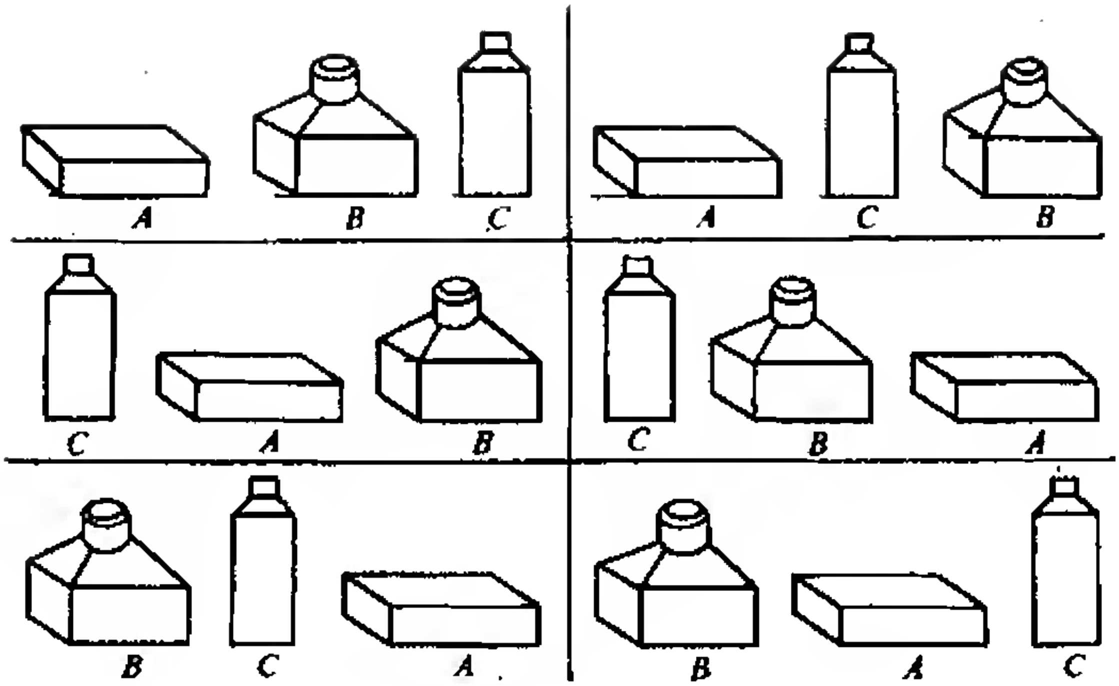
بطوریکه دیده میشود شییء A به جز همین سه موقعیت، موقعیت دیگر را نمیتواند داشته باشد. و چون ما دو جفت BC و CB را داریم لهذا تعداد طرق مختلف قرارگیری سه شییء مساویست به

$$۲ \times ۳ = ۶$$

این طرق در شکل ۵٦ نشان داده شده است.

اکنون در مورد چهار شیء محاسبه میکنیم.

فرض کنیم ٤ شیء A، B، C، D را داشته باشیم. باز هم عجالتاً یک شیء را مثلا D را کنار میگذاریم و جاهای سه شیء باقی مانده را به تمام طرق ممکنه عوض مینمائیم. ما میدانیم که تعداد این جابجائی‌ها ٦ است. به چند طریق میتوان شیء چهارمی D را به هریک از شش سه‌تایی اضافه نمود؟ واضح است که به ٤ طریق زیر:



شکل ٥٦. سه شیء را بشش طریق میتوان قرار داد.

١ — میتوان شیء D را در آخر سه‌تایی،
٢ — " " D را در جلو سه‌تایی،
٣ — " " D را بین A و B،
٤ — " " D را بین B و C قرار داد،

بالنتیجه مجموعاً تعداد

$$٦ \times ٤ = ٢٤$$

جابجائی حاصل میشود. و چون $٣ \times ٢ = ٦$ و $٢ \times ١ = ٢$ لذا میتوان تعداد کل جابجائی‌ها را بصورت حاصل‌ضرب در آورد:

$$١ \times ٢ \times ٣ \times ٤ = ٢٤$$

با استدلال مشابه در مورد ٥ شیء در می یابیم که تعداد جابجائی‌ها در این مورد مساوی میشود به

$$١ \times ٢ \times ٣ \times ٤ \times ٥ = ١٢٠$$

در مورد ۶ شیء:

$$۱ \times ۲ \times ۳ \times ۴ \times ۵ \times ۶ = ۷۲۰$$

و الخ.

اکنون به موضوع ده پسر جوان در رستوران برمیگردیم. تعداد حالات مختلف در این مورد مساوی به حاصل‌ضرب زیر میباشد:

$$۱ \times ۲ \times ۳ \times ۴ \times ۵ \times ۶ \times ۷ \times ۸ \times ۹ \times ۱۰$$

بالنتیجه عدد فوق‌الذکر بدست می‌آید:

$$۳۶۲۸۸۰۰$$

این محاسبه پیچیده‌تر میشد هرگاه در میان ۱۰ نفریکه دور میز قرار داشتند پنج نفر دوشیزه نشسته بودند و هریکیشان میل داشت حتماً بین دو پسر نشسته باشد. اگرچه تعداد جابجائی‌های ممکنه در این مورد بمراتب کمتر است ولی محاسبهٔ آن بغرنجتر میباشد.

بگذار یکی از پسران هر جا دلش خواست پشت میز بنشیند. چهار پسر دیگر میتوانند به $۱ \times ۲ \times ۳ \times ۴ = ۲۴$ طریق مختلف، یک صندلی خالی در میان برای دوشیزگان، پشت میز بنشینند. چون تعداد کل صندلی ۱۰ است لذا پسر اولی میتواند به ۱۰ طریق مختلف جای بگیرد یعنی تعداد کل جابجائی‌های ممکنهٔ پسران مساویست به $۱۰ \times ۲۴ = ۲۴۰$.

و اما دوشیزگان به چند طریق میتوانند روی پنج صندلی خالی بین پسران بنشینند؟ واضح است که به $۱ \times ۲ \times ۳ \times ۴ \times ۵ = ۱۲۰$ طریق.

با توأم ساختن هر یک از ۲۴۰ موقعیت پسران با هر یک از ۱۲۰ موقعیت دوشیزگان تعداد کل جابجائی‌های ممکنه را دریافت میکنیم:

$$۱۲۰ \times ۲۴۰ = ۲۸۸۰۰$$

این عدد بمراتب کوچکتر از عدد قبلی است و تنها مدت ۸۹ سال را در برمی‌گیرد. اگر مشتریان جوان رستوران به سن ۱۰۰ سالگی میرسیدند میتوانستند غذای رایگان را از پیشخدمت، یا اگر مرده باشد، از اخلافش بگیرند.

حالا، با علم به طریقهٔ محاسبهٔ تعداد جابجائی‌ها میتوانیم تعداد حالات مختلف قرارگیری مهره‌های بازی «۱۵» را تعیین کنیم*. به عبارت دیگر، ما میتوانیم تعداد تمام مسائلی را که این بازی قادر به مطرح نمودن آن میباشد محاسبه نمائیم. به سادگی میتوان درک نمود که این محاسبه به تعیین تعداد جابجائی‌های ۱۵ شیئی منجر میگردد. ما میدانیم که برای اینکار باید حاصل‌ضرب زیر را بدست آوریم:

۱ × ۲ × ۳ × ٤ × ... × ۱٤ × ۱۵

این حاصل‌ضرب مساویست به

۱ ۳۰۷ ٦۷٤ ۳٦۵ ۰۰۰

یعنی بیش از یک تریلیون.

نصفی از این تعداد بس بزرگ مسائل، غیر قابل حل است. یعنی بیش از ٦۰۰ میلیارد حالت حل نشدنی در این بازی وجود دارد. از اینجا علت آن مرض همه‌گیر علاقمندی به بازی «۱۵» که دامنگیر مردمان ناآگاه از موجودیت چنین تعداد زیاد حالات غیر قابل حل شده بود روشن میشود.

شایان توجه است که اگر میشد هر ثانیه حالت جدیدی را به مهره‌ها داد در آنصورت برای امتحان تمام حالات ممکنه، بشرط کار مداوم شبانه‌روزی، بیش از ٤۰۰۰۰ سال لازم می‌آمد.

در پایان صحبت پیرامون تعداد جابجائی‌ها یک مسئلهٔ مربوط به حیات مدرسه را حل میکنیم.

تعداد شاگردان یک کلاس ۲۵ نفر است. به چند طریق میتوان آنها را روی نیمکت‌ها قرار داد؟

راه حل این مسئله برای آنهائی که مراتب فوق را دانسته‌اند مشکل نیست: باید حاصل‌ضرب ۲۵ عدد را دریافت نمود:

۱ × ۲ × ۳ × ٤ × ۵ × ٦ × ۷ × ... × ۲۳ × ۲٤ × ۲۵

ریاضی در موارد زیاد راهی برای کوتاه کردن محاسبات نشان میدهد ولی در همین مورد و امثال آن قادر به این کار نیست. راهی

* ضمناً خانهٔ خالی همیشه باید در گوشهٔ چپ پائین واقع باشد.

جز بردباری در ضرب همهٔ این اعداد برای انجام دقیق این محاسبه وجود ندارد*. تنها ترکیب مناسب سازه‌ها امکان میدهد تا اندازه‌ای از وقت محاسبه کاسته شود. عدد حاصله از ۲۶ رقم تشکیل شده و بقدری بزرگ است که مشکل بتوان آنرا در نظر مجسم کرد. این عدد عبارت است از

۱۵ ۵۱۱ ۲۱۰ ۰۴۳ ۳۳۰ ۹۸۵ ۹۸۴ ۰۰۰ ۰۰۰

از همهٔ اعدادیکه ما تا حال با آنها برخورد نموده‌ایم این یکی بزرگتر از همه است و به حق میتوان این عدد را «غول عددی» نامید. در مقایسه با این عدد، تعداد کل قطرات کوچک در بحار و اقیانوسهای کرهٔ زمین ناچیز است.

۶۶. جابجائی سکه‌ها. بخاطر دارم که در ایام طفولیتم برادر بزرگم بازی جالبی را با سکه‌ها به من نشان داد. او سه بشقاب پهلوی یکدیگر گذاشته و در بشقاب اولی ستونی از ۵ سکه را طوری قرار اد که در پائین سکهٔ یک‌روبلی، در روی آن سکهٔ ۵۰ کوپکی،

---

* و اما بطور تقریب، این محاسبه را میتوان بگونه‌ای نسبتاً ساده انجام داد. در ریاضی اغلب ضرورت محاسبهٔ حاصل‌ضرب اعداد صحیح از یک تا عدد دلخواه n پیش می‌آید. این حاصل‌ضرب را با علامت $n!$ نشان داده و «n — فاکتوریال» مینامند. بطور مثال حاصل‌ضرب فوق مختصراً بصورت $25!$ نوشته میشود. در قرن ۱۸ ریاضی‌دان انگلیسی موسوم به استیرلینگ فرمولی را کشف نمود که توسط آن میتوان بصورت تقریبی فاکتوریال‌ها را محاسبه نمود. این فرمول چنین شکلی را دارد:

$$n! \approx \sqrt{2\pi n}\left(\frac{n}{e}\right)^n$$

که در آن $\pi = 3,141...$ و $e = 2,718...$ اعدادی‌اند که رل مهمی را در مسائل مختلف ریاضی بازی میکنند. با استفاده از جدول لگاریتم، از فرمول استیرلینگ میتوان به سادگی حاصل نمود:

$$25! \approx 1,55 \times 10^{25}$$

بالاتر سکهٔ ۲۰ کوپکی، بعد سکهٔ ۱۵ کوپکی و بالاخره بالاتر از همه سکهٔ ۱۰ کوپکی واقع بود. بعد خطاب به من گفت:

— باید این سکه‌ها را طوری به بشقاب سومی جابجا کرد که سه قاعدهٔ زیر مراعات گردد. قاعدهٔ اول: هر دفعه فقط یک سکه جابجا شود. قاعدهٔ دوم: هیچگاه سکهٔ بزرگ بالای سکهٔ کوچک واقع نگردد. قاعدهٔ سوم: موقتاً میتوان با رعایت دو قاعدهٔ مذکور سکه‌ها را در بشقاب میانی هم قرار داد ولی در پایان بازی باید تمام سکه ها به ترتیب اولیه در بشقاب سوم قرار گیرند. بطوریکه مشاهده میکنی این قواعد مشکل نیست. و اکنون شروع به کار کن.

من شروع کردم سکه‌ها را جابجا کنم. سکهٔ ۱۰ کوپکی را در بشقاب سوم، و ۱۵ کوپکی را در بشقاب میانی گذاشتم و مکث کردم. سکهٔ ۲۰ کوپکی را به کجا بگذارم؟ آخر، این سکه هم از ۱۵ کوپکی و هم از ۱۰ کوپکی بزرگ‌تر است.

برادرم بمن جرأت داد: خب، سکهٔ ۱۰ کوپکی را روی ۱۵ کوپکی در بشقاب میانی بگذار آنوقت برای سکهٔ ۲۰ کوپکی جای خالی در بشقاب سوم پیدا میشود.

من هم همین کار را کردم. ولی بعد باز هم به مشکل جدیدی بر خوردم. سکهٔ ۵۰ کوپکی را به کجا بگذارم؟ ولی بزودی راهی پیدا کردم. اول ۱۰ کوپکی را در بشقاب اولی، و ۱۵ کوپکی را در بشقاب سومی و سپس ۱۰ کوپکی‌را هم در بشقاب سومی گذاشتم. اکنون میتوان ۵۰ کوپکی را در بشقاب میانی خالی قرار داد. بعد پس از یکسلسله جابجائی‌های زیاد موفق شدم سکهٔ یک‌روبلی را نیز از بشقاب اولی برداشته و بالاخره تمام سکه‌ها را در بشقاب سومی گرد آورم.

برادرم پس از اینکه کار مرا تحسین نمود پرسید:

— مجموعاً چند بار سکه‌ها را جابجا کردی؟

— حساب نکردم.

— بیا، حساب کنیم. جالب است بدانیم که کوتاهترین راه نیل به هدف از چند جابجائی عبارت است. هرگاه ستون بجای پنج از دو سکهٔ ۱۰ کوپکی و ۱۵ کوپکی تشکیل شده بود آنگاه چند حرکت لازم میشد؟

— سه حرکت: اول ۱۰ کوپکی را در بشقاب میانی، ۱۵ کوپکی را در بشقاب سومی، و سپس ۱۰ کوپکی را نیز در بشقاب سومی قرار میدادم.

— درست. اکنون یک سکهٔ دیگر، سکهٔ ۲۰ کوپکی را علاوه میکنیم و حساب میکنیم با چند حرکت میتوان این ستون سکه‌ها را به بشقاب سومی انتقال داد. چنین عمل میکنیم: اول دو سکهٔ کوچک‌تر را یکی پس از دیگری به بشقاب میانی جابجا میکنیم. بطوریکه میدانیم برای اینکار سه حرکت لازم است. بعد سکهٔ ۲۰ کوپکی را در بشقاب سومی خالی قرار میدهیم — ۱ حرکت. سپس هر دو سکه را از روی بشقاب میانی به بشقاب سومی میآوریم — باز ۳ حرکت دیگر. بدینترتیب تعداد کل حرکات مساویست به ۳ + ۱ + ۳ = ۷.

— اجازه بده در مورد ستون چهار سکه‌ای خودم تعداد حرکات را حساب کنم. اول سه سکهٔ کوچک‌تر را به بشقاب میانی انتقال میدهم — ۷ حرکت، بعد ۵۰ کوپکی را به بشقاب سومی میگذارم — ۱ حرکت، و سپس دوباره سه سکهٔ کوچک‌تر را به بشقات سومی انتقال میدهم — باز هم ۷ حرکت دیگر، مجموعاً ۱۵ = ۷ + ۱ + ۷ میشود.

— بسیار عالی. و در مورد ۵ سکه چطور؟

— من دفعتاً جواب دادم: ۳۱ = ۱۵ + ۱ + ۱۵.

— پس تو طریقهٔ محاسبه را یاد گرفتی. ولی من برایت نشان میدهم که چطور میتوان این محاسبه را باز هم ساده تر ساخت. توجه کن که تمام اعداد حاصلهٔ ۳، ۷، ۱۵ و ۳۱ هر یکی عبارتند از حاصل‌ضرب عدد ۲ در خودش (یک یا چند بار) منهای یک. ببین.

و برادرم این جدول را نوشت:

۳ = ۲ × ۲ − ۱

۷ = ۲ × ۲ × ۲ − ۱

۱۵ = ۲ × ۲ × ۲ × ۲ − ۱

۳۱ = ۲ × ۲ × ۲ × ۲ × ۲ − ۱

— فهمیدم: عدد ۲ بتعداد سکه‌های جابجا شده در خودش ضرب میگردد و سپس عدد یک از حاصل‌ضرب تفریق میشود. اکنون

شکل ۵۷. «کاهنان موظفند، به خستگی تن در نداده، حلقه‌ها را جابجا کنند».

من میتوانم تعداد حرکات را برای تعداد دلخواه سکه‌های ستون تعیین نمایم. بطور مثال در مورد ۷ سکه:

$$۲ \times ۲ \times ۲ \times ۲ \times ۲ \times ۲ \times ۲ - ۱ = ۱۲۸ - ۱ = ۱۲۷$$

اینک تو ماهیت این بازی قدیمی را دانستی. ولی باید یک قاعدهٔ عملی دیگر را نیز بدانی: هرگاه تعداد سکه‌ها در ستون فرد باشد سکهٔ اول را به بشقاب سوم، و هرگاه زوج باشد به بشقاب وسطی میگذارند.

— گفتی بازی قدیمی. مگر این بازی را خودت اختراع نکرده‌ای؟

— نه خیر، من فقط این بازی را در مورد سکه‌ها تطبیق نمودم. این بازی خیلی قدیمی است و میگویند منشأ آن هندوستان است. در مورد این بازی روایت جالبی وجود دارد. چنین روایت میکنند که در شهر بنارس گویا معبدی وجود دارد که خدای هندیان برهما در آنجا هنگام آفرینش جهان سه میلهٔ الماس را بحالت ایستاده قرار داده و بدور یکی از آنها ٦٤ حلقهٔ طلائی نصب نمود بنحویکه بزرگترین حلقه در پائین، و بقیه، یکی کوچکتر از دیگری، بالای

آن قرار گرفت. کاهنان معبد موظفند شب و روز، به خستگی تن در نداده، این حلقه‌ها را از یک میله به میله‌ٔ دیگر بکمک میله‌ٔ سومی جابجا کنند و ضمناً قواعد بازی مذکور را مراعات کنند یعنی هر دفعه فقط یک حلقه را انتقال بدهند و حلقه‌ٔ بزرگ‌تری را روی حلقه‌ٔ کوچک‌تری نگذارند. روایت ادعا میکند زمانیکه هر ٦٤ حلقه جابجا شوند روز قیامت فرا میرسد.

— پس اگر این روایت را باور کنیم باید مدتها پیش روز قیامت فرا میرسید!

— مثل اینکه تو فکر میکنی که انتقال هر ٦٤ حلقه وقت زیادی نمیگیرد؟

— البته که نه. آخر اگر هر ثانیه یک حرکت انجام شود در آنصورت در یک ساعت میتوان ٣٦٠٠ حرکت انجام داد.

— خب، دیگر چه؟

— در یک شبانه‌روز میتوان در حدود صد هزار، و در ظرف ١٠ روز یک میلیون حرکت انجام داد. من مطمئن هستم که با یک میلیون حرکت حتی یک هزار حلقه را میتوان انتقال داد.

— اشتباه میکنی. برای اینکه تنها ٦٤ حلقه انتقال داده شود ٥٠٠ میلیارد سال لازم است!

— آخر چرا؟ آخر، تعداد حرکات مساویست به حاصل‌ضرب ٦٤ عدد ٢ در خودش منهای یک... صبر کن، حالا ضرب میکنم!

— بسیار خوب. تا تو ضرب میکنی من دنبال کارهای خود میروم.

برادرم رفت و مرا مشغول محاسبه گذاشت. اول من ١٦ بار عدد ٢ را در خودش ضرب نموده عدد ٦٥٥٣٦ را حاصل نمودم سپس این عدد را در خودش ضرب کردم و نتیجه‌ٔ حاصله را باز هم در خودش ضرب نمودم. بعد هم فراموش نکردم عدد یک را تفریق نمایم. بالاخره این عدد را دریافت کردم:

١٨ ٤٤٦ ٧٤٤ ٠٧٣ ٧٠٩ ٥٥١ ٦١٥*

---

* این عدد برای خواننده آشناست: این عدد پاداش مخترع شطرنج را بیان میکند.

پس برادرم حق داشت...

شاید برای شما جالب باشد که حقیقتاً عمر جهان با کدام اعداد بیان میشود. علما در این مورد فقط اطلاعات تقریبی دارند:

خورشید . . . . ۵۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰ سال وجود دارد.
کرهٔ زمین . . . . ۳۰۰۰۰۰۰۰۰۰ سال وجود دارد.
حیات در زمین . . . . . ۱۰۰۰۰۰۰۰۰۰ سال وجود دارد.
انسان بیش از . . . ۵۰۰۰۰۰ سال وجود دارد.

۶۷. شرط‌بندی. در نهارخوری خانهٔ استراحت سر میز نهار صحبت از این بمیان آمد که چگونه میتوان احتمال حوادث را محاسبه نمود. ریاضی‌دان جوانی که در میان حاضرین بود سکه‌ای را از جیبش در آورد و گفت:

— بدون آنکه ببینم سکه را روی میز میاندازم. احتمال آنکه شیر سکه بطرف بالا متوجه باشد چقدر است؟

از هر طرف صداها بلند شد:

— اول توضیح کنید که «احتمال» یعنی چه، همگان با این مفهوم آشنائی ندارند.

— این خیلی ساده است! سکه میتواند به دو حالت روی میز قرار داشته باشد (شکل ۵۸). شیر ببالا یا شیر بپائین.

در این مورد فقط دو حالت ممکن است. از این تعداد برای وقوع حادثهٔ مورد نظر ما فقط یک حالت مناسب است. اکنون نسبت زیر را پیدا میکنیم:

$$\frac{\text{تعداد حالات مناسب}}{\text{تعداد حالات ممکن}} = \frac{۱}{۲}$$

کسر ۱/۲ «احتمال» آنرا بیان میکند که شیر سکه بطرف بالا واقع گردد.

کسی وارد صحبت شده گفت:

شکل ۵۸. «سکه میتواند بدو حالت روی میز قرار بگیرد».

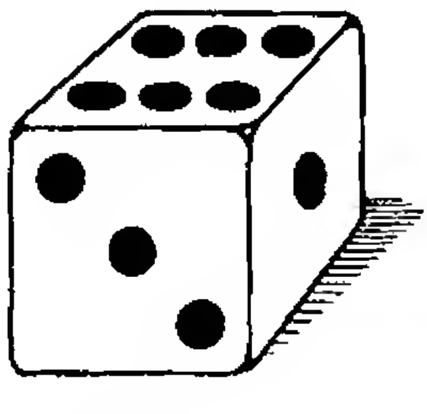
— موضوع سکه آسان است. شما حالت پیچیده‌تری را مثلاً مهرهٔ نرد را در نظر بگیرید.

ریاضی دان موافق گردیده گفت:

— بیائید مهرهٔ نرد را در نظر بگیریم. مهرهٔ نرد عبارتست از یک مکعب که در سطوح آن ارقامی رسم شده است (شکل ۵۹). احتمال اینکه مکعب طوری بیافتد که یک رقم معین مثلاً شش بطرف بالا متوجه باشد چقدر است؟ در این مورد تعداد حالات ممکنه چند است؟ مکعب میتواند روی هر یکی از سطوح خود قرار گیرد. بنا بر این، ۶ حالت ممکن است. از این تعداد تنها یک حالت برای ما مناسب است یعنی وقتیکه رقم شش بطرف بالا باشد. لذا احتمال آن مساویست به خارج‌قسمت ۱ بر ۶. مخلص کلام، این احتمال با کسر $1/6$ بیان میشود.

یکی از استراحت‌کنندگان پرسید:

— آیا واقعاً در تمام حالات میتوان احتمال حوادث را محاسبه نمود؟ این مثال را در نظر بگیرید. من آرزو کردم که اولین عابری را که ما از پنجرهٔ اطاق نهار ببینیم مرد باشد. احتمال آنکه آرزوی من برآورده شود چقدر است؟



شکل ۵۹. مهرهٔ نرد.

— البته این احتمال مساوی به

$1/2$ است هرگاه قرار باشد پسر یکساله را نیز مرد بشماریم. تعداد مردان در جهان با تعداد زنان مساویست.

یکی دیگر از استراحت‌کنندگان پرسید:

— و احتمال آنکه دو تن از عابرین اول مرد باشند چقدر است؟

— این محاسبه یک اندازه پیچیده‌تر است. حالاتی را که در این مورد ممکن است بر می‌شماریم. اولاً امکان دارد که هر دو عابر مرد باشند. ثانیاً اینکه شاید شخص اول مرد، و شخص دوم زن باشد. ثالثاً، برعکس، شاید شخص اول زن، و شخص دوم مرد باشد. و بالاخره حالت چهارم که هر دو عابر زن باشند. بدینترتیب تعداد تمام حالات ممکنه چهار است. واضح است که از این تعداد فقط یک حالت یعنی حالت اول مناسب است. پس برای احتمال، کسر $1/4$ را دریافت میکنیم. اینک مسئلهٔ شما حل شد.

— فهمیدم. اما مسئلهٔ سه مرد را نیز میشود مطرح نمود: احتمال آنکه اولین سه شخص عابر مرد باشند، چقدر است؟

— خب، این را نیز محاسبه میکنیم. باز هم از برشماری حالات ممکنه شروع میکنیم. بطوریکه ما میدانیم در مورد دو تن عابر تعداد تمام حالات ممکنه ۴ است. با اضافه شدن عابر سوم تعداد حالات ممکنه دو بار بیشتر میشود زیرا به هر یک از چهار حالت دو عابر میتواند مرد یا زن اضافه گردد. در این مورد تعداد تمام حالات ممکنه مساوی $4 \times 2 = 8$ است. و احتمال مطلوب، چنانکه واضح است برابر کسر $1/8$ میباشد زیرا فقط یک حالت برای وقوع حادثه مناسب است. در اینجا میتوان بآسانی قاعدهٔ محاسبه را بر قرار نمود: در حالت دو عابر با احتمال $\frac{1}{4} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$، در حالت سه عابر با $\frac{1}{8} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$، و در حالت چهار عابر با احتمال برابر با حاصلضرب چهار نیمهٔ واحد سر و کار داریم و الی آخر. بطوریکه ملاحظه میکنید احتمال پیوسته کوچکتر میشود.

— برای ده نفر عابر این احتمال چند است؟

— یعنی مقصود شما اینست که احتمال آنکه ده عابر اول همه مرد باشند چقدر است؟ محاسبه میکنیم حاصل‌ضرب ده نیمهٔ واحد چقدر است. این عدد مساویست به $\frac{1}{1024}$ یعنی کوچکتر از یک هزارم. یعنی هرگاه شما در مقابل یک روبل شرط ببندید که این حادثه صورت بگیرد آنگاه من میتوانم ۱۰۰۰ روبل شرط ببندم که این حادثه رخ نمیدهد.

در این لحظه صدای کسی بلند شد:

— شرطبندی مفیدیست! من حاضرم یک روبل شرطبندی کنم تا امکان بردن یک هزار روبل را پیدا کنم.

— ولی این را هم در نظر بگیرید که در برابر یک شانس شما ۱۰۰۰ شانس مخالف وجود دارد.

— هیچ تفاوتی ندارد. من حاضرم حتی بخاطر اینکه صد نفر عابر اول همه مرد باشند یک روبل را در مقابل هزار روبل بگذارم.

ریاضی‌دان پرسید:

— آیا شما تصوری از کمی احتمال چنین حادثه‌ای را دارید؟

— یک میلیونیم یا در این حدود؟

— خیلی کمتر! یک میلیونیم در مورد ۲۰ نفر عابر حاصل میشود. در مورد صد نفر عابر احتمال... اجازه بدهید روی کاغذ برآورد کنم. یک بیلیونیم... یک تریلیونیم... یک کوادریلیونیم... به به! یک واحد با دنباله‌ای از سی صفر!

— فقط همین؟

— مگر ۳۰ صفر کم است؟ تعداد ریزترین قطرات آب اقیانوس حتی به یک هزارم این عدد نمیرسد.

— حرفی نیست، عددی بس بزرگ است! چقدر در برابر یک روبل من میگذارید؟

— ها — ها! تمام دار و ندارم را.

— تمام دار و ندارتان زیاد از حد است. شما در برابر روبل من دوچرخه‌تان را بگذارید. آخر، نمیگذارید؟

— چرا؟ بفرمائید! حال که میخواهید بگذار دوچرخه باشد. برای من کوچکترین ریسکی در میان نیست.

— من هم ریسک نمیکنم. یک روبل که چندان پولی نیست. ولی در عوض میتوانم برندهٔ دوچرخه شوم و شما تقریباً برندهٔ هیچ چیزی نمیشوید.

— شما بفهمید که حتماً میبازید! شما هرگز صاحب دوچرخه نمیشوید و میتوان گفت که روبل شما در جیب من است.

دوست ریاضی‌دان او را نگه میداشت:

— شما چه میکنید! بخاطر یک روبل امکان دارد دوچرخه‌تانرا از دست دهید. چه بی‌عقلی!

ریاضی‌دان جواب داد:

— برعکس، بی‌عقلی آن است که حتی یک روبل هم در چنین شرایطی گذاشته شود. باخت حتمی است! بهتر است بلافاصله این روبل را بدهد.

— ولی با این همه، یک شانس موجود است؟

— قطره‌ای در اقیانوس بیکران. در دهها اقیانوس! چنین است شانس شما. و شانس من به اندازهٔ دهها اقیانوس در مقابل یک قطره است. برنده بودن من همانقدر حتمی است که دو تا دو چهار است.

در اینموقع پیرمردیکه تمام آن مدت ساکت مانده و به بحث گوش داده بود بآرامی گفت:

— ای جوان! شما خیلی سرگرم شده‌اید...

— مگر چطور؟ شما هم، پروفسور، کوتاه‌بینانه قضاوت میکنید؟

— آیا شما فکر نموده‌اید که در این مورد همهٔ حالات دارای امکانات مساوی نمیباشند؟ محاسبهٔ احتمالات فقط برای کدام حوادث درست است؟ برای حوادث دارای امکانات مساوی، همینطور نیست؟ در صورتیکه در مثال مورد نظر... در این لحظه پیرمرد گوشش را بطرفی متوجه ساخته و گفت: اتفاقاً خود واقعیت اشتباه شما را واضح میسازد. صدای موزیک نظامی بگوش میرسد، همینطور نیست؟

ریاضی‌دان جوان شروع به حرف زدن کرد:

— موزیک به موضوع چه ربطی دارد؟.. ولی حرفش ناتمام

ماند و در چهره‌اش علامت ترس هویدا شد. او از جایش برخاسته بطرف پنجره رفت و سرش را بیرون کرد. او با صدای غمگین گفت:

— بلی، همینطور است! شرط را باختم! دوچرخهٔ من، خدا حافظ...

پس از یک دقیقه برای همگان واضح شد که موضوع از چه قرار است. یک گردان از سربازان از جلو پنجره رد میشد.

۶۸. غول‌های عددی در اطراف و در داخل ما. لزومی ندارد در صدد جستجوی موقعیتهای استثنائی برآئیم تا به غول‌های عددی برخورد کنیم. آنها همه‌جا در اطراف و حتی در داخل ما حاضرند فقط لازم است بتوانیم آنها را تشخیص دهیم. آسمان بالای سر ما، شن در زیر پای ما، هوا در پیرامون ما، خون در بدن ما — همه چیز غول‌های نامرئی دنیای عددی را در خود پنهان ساخته است.

غول‌های عددی پهنهٔ آسمان برای عدهٔ زیادی غیر مترقبه نیستند. بخوبی معلوم است که هرگاه صحبت از تعداد ستاره‌های گیتی، از فواصل آنها تا ما یا بین خود، از ابعاد، وزن و عمر آنها به میان آید در همهٔ این موارد ما ناگزیر با اعدادی رو برو می‌شویم که بزرگی آنها از قدرت تصور ما خارج است. بیهوده نیست که عبارت «عدد نجومی» ضرب‌المثل شده است. معهذا عدهٔ زیادی نمیدانند که حتی آن اجرام سماوی که اخترشناسان اغلب آنها را «کوچک» مینامند در مقیاس معمولی زمین، غول واقعی از کار در می‌آیند. در منظومهٔ خورشیدی ما سیاراتی وجود دارند که بخاطر اندازهٔ کوچکشان از اخترشناسان نام «کوچک» را بخود گرفته‌اند. در میان آنها سیاراتی نیز هستند که قطر آنها برابر چند کیلومتر است. بنظر اخترشناسان که به مقیاس‌های غول‌آسا عادت کرده‌اند آنها بقدری کوچکند که ضمن صحبت دربارهٔ آنها اخترشناسان آنها را «خیلی کوچک» مینامند. ولی آنها فقط در قبال دیگر اجرام سماوی که خیلی بزرگ هستند «خیلی کوچک» اند. اما در مقیاس معمولی انسانی آنها ابداً کوچک نیستند. یک چنین سیارهٔ «خیلی کوچک» با قطر ۳km را در نظر بگیریم. طبق قواعد

هندسه بسهولت میتوان حساب کرد که سطح این جسم برابر ۲۸ کیلومتر مربع یا ۲۸۰۰۰۰۰۰ متر مربع است. در یک متر مربع ۷ نفر بحالت ایستاده میتوانند جا بگیرند. چنانکه میبینید در ۲۸ میلیون متر مربع جا برای ۱۹۶ میلیون نفر پیدا میشود.

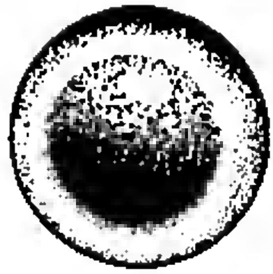
شن هم که زیر پای ماست ما را بدنیای غول‌های عددی وارد میسازد. بیهوده نیست که از قدیم‌الایام عبارت «مثل شن دریا بیشمار» متداول شده است. ضمناً باستانیان، بیشمار بودن دانه‌های شن را دست کم میگرفتند و برابر با تعداد بیشمار ستارگان میدانستند. در قدیم دوربین نجومی وجود نداشت و بدون دوربین ما فقط قریب ۳۰۰۰ ستاره در آسمان (در یک نیمکره) مشاهده میکنیم. دانه‌های شن در ساحل دریا از ستارگان قابل رؤیت با چشم غیر مسلح میلیون‌ها بار زیادتر است.

یک غول عددی عظیم در هوا که ما آنرا تنفس میکنیم پنهان شده است. هر سانتی‌متر مکعب هوا، هر انگشتانه از آن، ۲۷ کوینتیلیون (یعنی ۲۷ با ۱۸ تا صفر) ذرهٔ کوچک بنام «ملکول» را در بر دارد. حتی نمیتوان تصوری از بزرگی این عدد را پیدا کرد. اگر در جهان این عده مردم وجود داشتند به آنان در سیارهٔ ما جا نمیرسید. در واقع هم، سطح کرهٔ زمین با تمام قاره‌ها و اقیانوس‌ها برابر ۵۰۰ میلیون کیلومتر مربع است. با تبدیل آن به مترهای مربع عدد زیر را بدست می‌آوریم:

$$500\,000\,000\,000\,000\ m^2$$

۲۷ کوینتیلیون را بر این عدد بخش نموده و ۵۴۰۰۰ را بدست می‌آوریم. این بدان معنی است که در هر متر مربع سطح زمین باید بیش از ۵۰ هزار نفر قرار میگرفتند!

قبلا ذکر شد که غول‌های عددی در بدن انسان نیز نهفته اند. برای مثال، خون خود را در نظر میگیریم. اگر قطرهٔ آن را زیر میکروسکپ مشاهده نمائیم معلوم میشود که در آن تعداد عظیمی از جسم‌های خیلی کوچک برنگ قرمز شناورند و بهمین علت رنگ خون هم قرمز است. هر «جسم قرمز خون» بشکل «بالشتک» گردی میباشد که در وسط فرورفتگی دارد (شکل ۶۰).



شکل ۶۰

همهٔ آنها در بدن انسان تقریباً به یک اندازه‌اند. قطر آنها قریب ۰٫۰۰۷ میلی‌متر، و ضخامت ۰٫۰۰۲ میلی‌متر است. در عوض، تعداد آنها بینهایت زیاد است. در قطرهٔ خیلی کوچک خون بحجم ۱ میلی‌متر مکعب ۵ میلیون از آنها وجود دارد. تعداد کل آنها در بدن ما چند است؟ در بدن انسان تعداد لیترهای خون تقریباً ۱۴ بار کمتر از تعداد کیلوگرم‌های وزن آن است. اگر وزن شما ۴۰ کیلوگرم باشد در آنصورت مقدار خون در بدنتان قریب ۳ لیتر یا ۳۰۰۰۰۰۰ میلی‌متر مکعب است. چون هر میلی‌متر مکعب شامل ۵ میلیون جسم قرمز است لذا تعداد کل آنها در خونتان

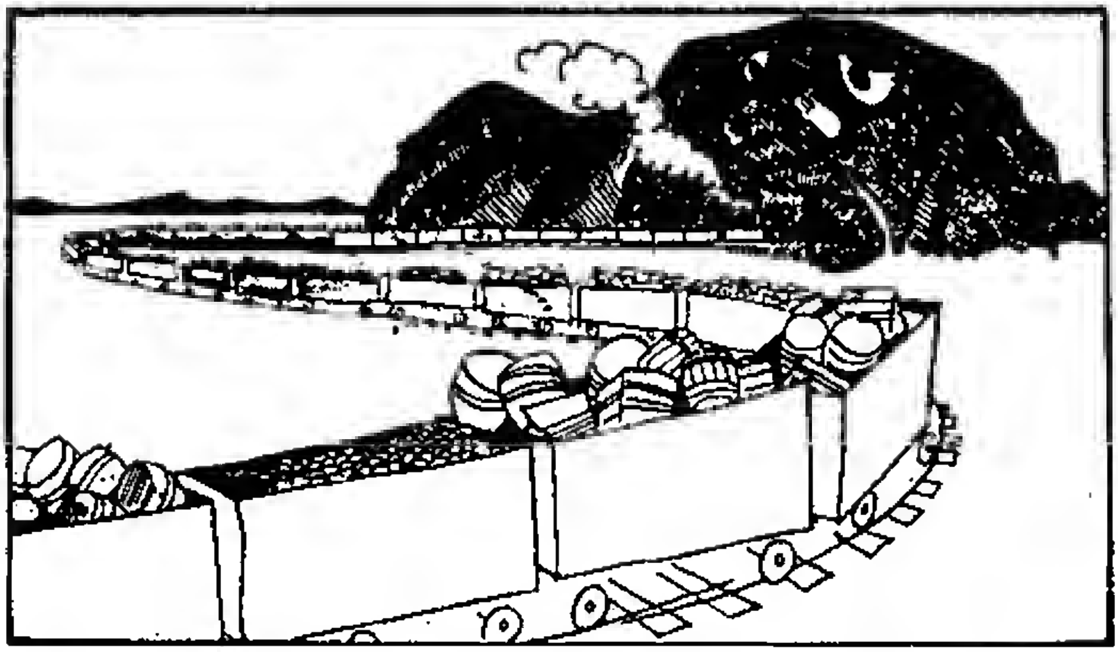
$$۵۰۰۰۰۰۰ \times ۳۰۰۰۰۰۰ = ۱۵۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰$$

است.

۱۵ تریلیون جسم قرمز! این سیاه دایره‌های کوچک اگر در یک ردیف پهلوی هم قرار گیرد چه طولی را اشغال میکند؟ بسهولت میتوان حساب کرد که طول این ردیف ۱۰۵۰۰۰ کیلومتر را تشکیل میداد. رشتهٔ جسم‌های قرمز خون شما در طول بیش از ۱۰۰ هزار کیلومتر امتداد می‌یافت. آنرا میشد

$$۱۰۰۰۰۰ : ۴۰۰۰۰ = ۲٫۵$$

بار بدور کرهٔ زمین پیچید. و رشتهٔ گویچه‌های خون یک نفر بزرگسال را میشد ۴ بار بدور زمین پیچید. توضیح میدهیم این کوچکی اجسام خون برای بدن ما چه اهمیتی دارد. وظیفهٔ این اجسام عبارتست از انتقال اکسیژن به همه‌جای بدن. آنها اکسیژن را در حالیکه از ریه‌ها میگذرند جذب میکنند و هنگامیکه جریان خون آنها را به بافت‌های بدنمان، به دورترین گوشه‌های آن میبرد دوباره آنرا آزاد میکنند. کوچکی فوق‌العادهٔ این جسم‌ها در انجام این وظیفه به آنها کمک میکنند زیرا آنها هر قدر کوچکتر باشند



شکل ٦١. یک نفر آدم طی عمرش چقدر میخورد.

با این کثرت عظیمشان سطح آنها همانقدر بیشتر است. ضمناً جسم خونی فقط با سطح خود میتواند اکسیژن را جذب و آزاد کند. محاسبه نشان میدهد که سطح کلی آنها چندین برابر سطح بدن انسان است: ۱۲۰۰ متر مربع. پالیز بزرگی بطول ٤٠ متر و عرض ۳۰ متر این سطح را دارد. اکنون شما میفهمید کوچکی و زیادی آنها برای زندگی بدن تا چه اندازه اهمیت دارد: آنها میتوانند اکسیژن را در سطح هزار برابر سطح بدنمان جذب و آزاد کنند.

غول عددی دیگری عبارت است از نتیجه‌ای که بدست می‌آید هرگاه محاسبه کنید یک نفر طی ۷۰ سال عمرش چقدر خواربار گوناگون را میخورد. یک قطار راه آهن لازم میشد تا آن همه تن‌های آب، نان، گوشت، شکار، ماهی، سیب زمینی و دیگر تره‌بار، هزاران عدد تخم مرغ، هزاران لیتر شیر و غیره را که انسان طی عمرش میخورد حمل شود. شکل ٦١ تجسمی گویا از این نتیجهٔ بزرگ غیر مترقبه است که بیش از ۱۰۰۰ بار از وزن بدن انسان تجاوز میکند. با مشاهدهٔ آن باور نمیشود که آدم بتواند بر این غول چیره شود و بار قطار طولانی راه آهن را ببلعد (البته نه در یک دفعه).

فصل هشتم

بدون خطکش اندازه‌گیری

۶۹. اندازه‌گیری طول راه با قدم. خطکش یا نوار اندازه‌گیری همیشه در دسترس نیست و بنا بر این مفید است اگر بنحوی بتوانیم از این وسایل بی‌نیاز باشیم و دست‌کم اندازه‌گیری‌های تقریبی را انجام دهیم.

اندازه‌گیری مسافات کم و بیش طولانی، مثلاً هنگام راه‌پیمائی، با قدم ساده‌تر از همه است. برای این منظور باید طول و روش شمارش قدمتان را بدانید. البته که قدم‌ها همیشه مساوی نیست چون ما میتوانیم گاهی با قدم کوچک و گاهی با قدم بزرگ راه برویم. معهذا در راه‌پیمائی معمولی طول قدممان تقریباً یکی است و هرگاه طول متوسط قدم‌ها را بدانیم آنگاه میتوانیم بدون اشتباه قابل ملاحظه‌ای مسافات را با قدم اندازه بگیریم.

برای دانستن طول قدم متوسطتان باید طول قدم‌های زیادی را با هم اندازه بگیرید و طول یک قدم را حساب کنید. البته در این مورد نمیشود بدون نوار اندازه گیری یا ریسمان کاری کرد.

نوار را در جای همواری بکشید و فاصله‌ٔ ۲۰ متری را علامت بگذارید. این خط را روی زمین بکشید و نوار را بر دارید. اکنون در طول این خط با قدم معمولی راه بروید و تعداد قدم‌های برداشته شده را بشمارید. ممکن است قدم تعداد صحیح دفعات در طول علامت‌گذاری شده جا نگیرد. آنگاه اگر باقیمانده کوچکتر از نیم‌قدم بود میتوان از آن چشم‌پوشی کرد ولی اگر بزرگتر از نیم‌قدم بود در آنصورت بعنوان یک قدم تمام پذیرفته میشود. با تقسیم طول کل ۲۰ متر بر تعداد قدم‌ها طول متوسط یک قدم را بدست می‌آوریم. این عدد را باید به خاطر سپرد تا در موارد لزوم بتوان برای اندازه‌گیری از آن استفاده کرد.

برای اینکه هنگام شمارش قدم‌ها، بویژه در مسافات بلند، اشتباه نکنید باید اینطور بشمارید: قدم‌ها را تا ۱۰ شمرده یک انگشت دست چپتان را خم میکنید. وقتیکه تمام انگشتان دست چپتان خم شد و ۵۰ قدم بر داشته شده است یک انگشت را در دست راستتان خم میکنید و همینطور میتوانید تا ۲۵۰ بشمارید و سپس شمارش را از نو شروع کنید و در ضمن بیاد داشته باشید که تمام انگشتان دست راستتان چند دفعه خم شد. اگر مثلاً پس از طی مسافتی شما تمام انگشتان دست راستتان را دو بار خم کردید و در پایان راه سه انگشت در دست راستتان و ٤ انگشت در دست چپتان خم شده است در آنصورت شما

$$۲ \times ۲۵۰ + ۳ \times ۵۰ + ٤ \times ۱۰ = ٦۹۰$$

قدم برداشته اید.

و آن چند قدم نیز که بعد از آخرین بار خمیدن انگشت دست چپتان بر داشتید باید به این عدد اضافه شود.

یک قاعدهٔ قدیمی‌را نیز در اینجا ذکر میکنیم: طول قدم متوسط یک نفر بزرگسال با نصف فاصلهٔ چشمانش از کف پایش برابر است.

یک قاعدهٔ عملی قدیمی دیگر مربوط به سرعت راه‌پیمائی است: انسان در هر ساعت تعداد کیلومترهای برابر با تعداد قدم‌های برداشته شده در ظرف ۳ ثانیه را میپیماید. بسهولت میتوان نشان داد که این قاعده فقط در مورد طول معین قدم، تازه هم قدمی خیلی بزرگ، صدق میکند. در حقیقت بگذار طول قدم x متر، و تعداد قدم‌ها در ۳ ثانیه n باشد. در اینصورت پیاده در ۳ ثانیه nx متر، و در یک ساعت (یا ۳٦۰۰ ثانیه) $۱۲۰۰\ nx$ متر یا $۱,۲\ nx$ کیلومتر میپیماید. برای اینکه تعداد کیلومترهای این راه با تعداد قدم‌های بر داشته شده در ظرف ۳ ثانیه برابر باشد برابری $۱,۲\ nx = n$ یا $۱,۲x = ۱$ باید برقرار باشد و از آن

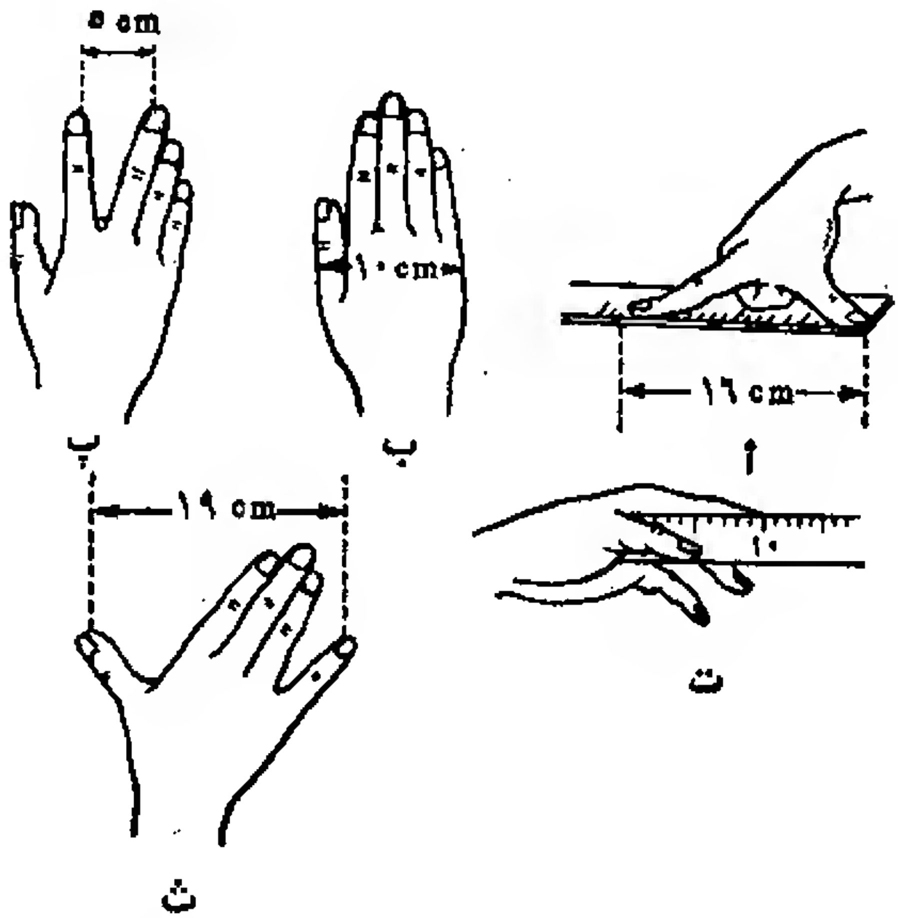
$$x = ۰,۸۳\ \mathrm{m}$$

در حالیکه قاعدهٔ قبلی در مورد بستگی طول قدم به قد آدم

درست است قاعدهٔ دوم که هم‌اکنون مورد نظر است فقط در مورد افراد دارای قد متوسط یعنی قریب ۱۷۰ سانتی‌متر صادق است.

۷۰. مقیاس زنده. برای اندازه‌گیری اشیائی ببزرگی متوسط در صورتیکه خط‌کش یا متر نواری در دسترس نباشد میتوان چنین عمل کرد. باید ریسمانی یا چوبی را از انتهای دست دراز شده به طرفی تا شانهٔ مقابل کشید. همین فاصله در مردان بزرگسال تقریباً برابر یک متر است. شیوهٔ دیگری برای بدست آوردن طول یک متر چنین است: در طول خط راست باید ۶ فاصلهٔ انگشتان شست و سبابهٔ باز شده را جدا کرد (شکل ۶۲، الف).

همین اشاره بما امکان میدهد «با دست لخت» اندازه‌گیری کنیم. برای این کار باید مقدمتاً مچ دستتان را اندازه بگیرید و بخوبی نتایج اندازه‌گیری ها را به خاطر بسپارید.



شکل ۶۲. کدام قسمتهای دستتان را باید اندازه بگیرید تا بعداً از نوار اندازه‌گیری بینیاز باشید.

9-0625

پس کدام قسمتهای مچ دستتان را باید اندازه بگیرید؟ قبل از هر چیز، پهنای کف دستتان‌را بطوریکه در شکل ۶۲، ب نمایش داده شده است اندازه میگیرید. در اشخاص بزرگسال این پهنا تقریباً ۱۰ سانتی‌متر است. مال شما ممکن است کوچکتر باشد در اینصورت شما باید بدانید چقدر کوچکتر. سپس فاصلهٔ بین انتهای انگشتان میانی و سبابهٔ کاملاً باز شده را اندازه میگیرید (شکل ۶۲، پ). بعد هم، دانستن طول انگشت سبابه‌تان از بیخ انگشت شست، بطوریکه در شکل ۶۲، ت نشان داده شده، مفید است. و سر انجام فاصلهٔ بین انتهای شست و انگشت کوچک در حالت کاملاً باز شده را مانند شکل ۶۲، ث اندازه بگیرید.

با استفاده از این «مقیاس زنده» شما میتوانید بطور تقریب اشیای کوچک را اندازه بگیرید.

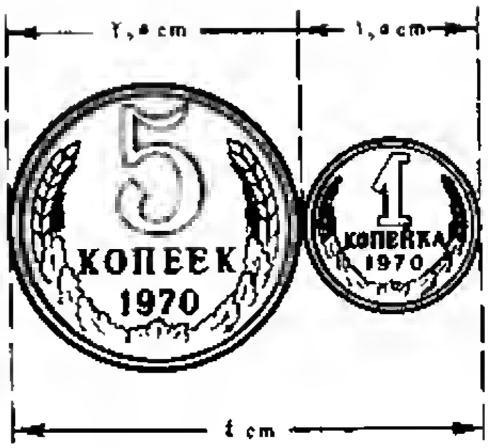
۷۱. اندازه‌گیری بکمک سکه‌ها. سکه‌های معاصر مسی (برنزی) ما نیز میتوانند بدرد این کار بخورند. کمتر کسی میداند که قطر سکهٔ یک کوپکی دقیقاً برابر $۱^۱/_۲ cm$، و قطر سکهٔ پنج کوپکی برابر $۲^۱/_۲ cm$ است بطوریکه هر دو در پهلوی یکدیگر ۴ cm را تشکیل میدهند (شکل ۶۳). پس هرگاه چند سکهٔ مسی داشته باشید میتوانید بطور نسبتاً دقیق طول‌های زیر را جدا نمائید:

یک کوپک	$۱^۱/_۲$ cm
پنج کوپک	$۲^۱/_۲$ cm
دو سکهٔ یک‌کوپکی	۳ cm
یک سکهٔ پنج کوپکی و یک سکه یک کوپکی	۴ cm
دو سکهٔ پنج‌کوپکی	۵ cm

و غیره

با تفریق پهنای سکهٔ یک‌کوپکی از پهنای پنج کوپکی، دقیقاً ۱ cm حاصل میشود.

هرگاه سکه‌های پنج کوپکی و یک‌کوپکی نزد شما نبود بلکه فقط سکه‌های دوکوپکی و سه کوپکی بود آنگاه این سکه‌ها نیز



شکل ۶۳. سکهٔ پنج کوپکی و سکهٔ یک کوپکی پهلوی هم تشکیل ٤ سانتی‌متر را میدهند.

تا اندازه‌ای میتوانند به شما کمک کنند اگر بخوبی بیاد بسپارید که هر دو در پهلوی هم ٤ cm را تشکیل میدهند (شکل ٦٤). هرگاه نوار کاغذی ٤ سانتی‌متری را از وسط خم کنید و سپس قسمت خم شده را دو باره از وسط خم کنید مقیاس ٤ سانتی‌متری را بدست می‌آورید*.

شما می‌بینید که با قدری آمادگی و زرنگی میتوانید بدون خطکش اندازه‌گیری نیز بعضی اندازه‌گیری‌های عملی را انجام دهید.

افزودن این نکته نیز مفید است که سکه‌های مسی (برنزی) ما در صورت لزوم میتوانند نه تنها بعنوان مقیاس بلکه بعنوان وزنه‌های مناسب در توزین بار بکار رود. وزن سکه‌های مسی معاصر تازه و سائیده نشده با ارزش نوشته شده روی آنها تطبیق

* قطر سکهٔ ۱۰ کوپکی تقریباً و فقط تقریباً برابر ۲ cm است. قطر حقیقی این سکه برابر ۱۹,۵٦ mm است. و اما اندازه‌های سکه‌های معاصر مذکور در فوق دقیق هستند. هرکس کولیس داشته باشد بسهولت میتواند از این موضوع یقین حاصل کند.

شکل ٦٤. سکهٔ سه کوپکی و سکهٔ دوکوپکی پهلوی هم تشکیل ٤ سانتی‌متر را میدهند.

میکند: سکه یک‌کوپکی g ۱، سکهٔ ۲ کوپکی g ۲ و الخ وزن دارد. وزن سکه‌هائی که مورد استفاده قرار گرفت کمی از این موازین انحراف دارد. از آنجا که در زندگی روزمره اغلب همانا وزنه‌های کوچک ۱ تا ۱۰ گرمی کمیاب است آگاهی از این رابطه‌ها ممکن است بدرد بخورد.

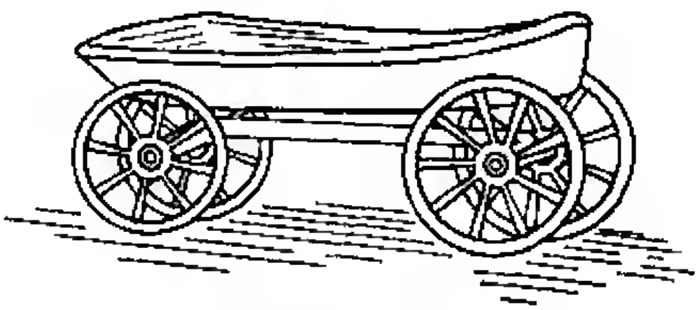
فصل نهم

معمی‌های هندسی

برای حل معمی‌های گردآوری شده در این فصل دانستن دورهٔ کامل هندسه لازم نیست. حتی کسانی که فقط با اطلاعات ابتدائی هندسی آشنائی دارند میتوانند این معمی‌ها را حل کنند. دو دوجین مسایل پیشنهادی به خواننده در تحقیق آن کمک خواهد کرد که آیا او در واقع بر معلوماتی که در رشتهٔ هندسه دارد مسلط است یا نه. تسلط واقعی بر هندسه علاوه بر آگاهی از خواص شکل‌ها، عبارتست از توانائی کاربرد دانسته های هندسی در حل مسایل عملی. مثلاً تفنگ برای کسی که تیراندازی را بلد نیست چه فایده‌ای دارد؟

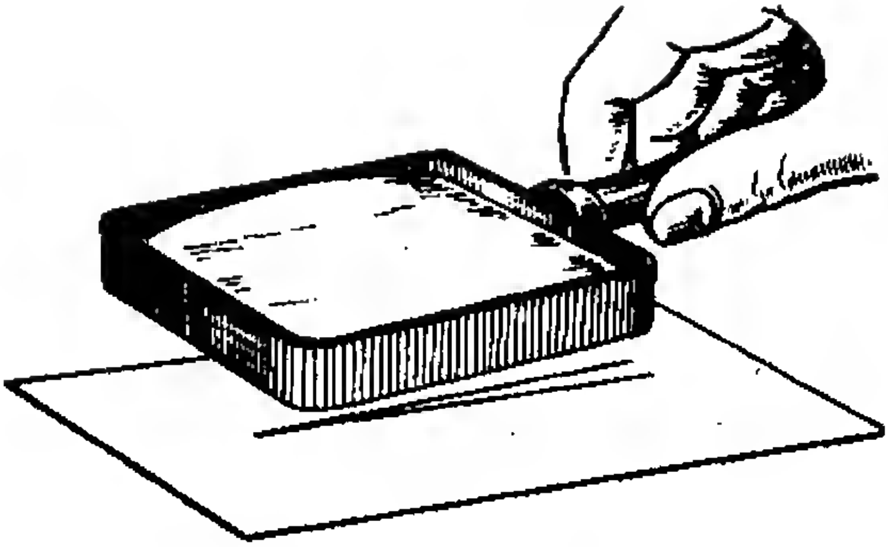
در زیر، خواننده میتواند تحقیق کند از ۲۴ تیر به سیبل های هندسی چند تیرش به هدف میرسد.

۷۲. ارابه. چرا محور جلو ارابه بیشتر از محور عقب سائیده میشود؟



شکل ۶۵. چرا محور جلو از محور عقب بیشتر سائیده میشود؟

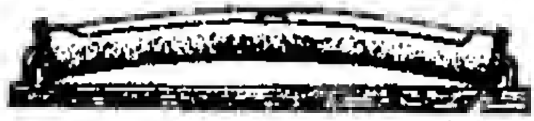
۷۳. ذره‌بین. زاویهٔ $1\frac{1}{2}°$ را با ذره‌بینی که ۴ بار بزرگ میکند مشاهده میکنید. این زاویه (شکل ۶۶) چه اندازه بنظرتان میرسد؟



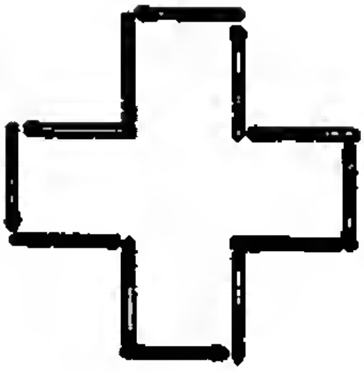
شکل ۶۶. زاویه بچه اندازه بنظر می رسد؟

۷۴. تراز نجاری. البته، شما با تراز نجاری دارای حباب گاز آشنائی دارید (شکل ۶۷). این حباب، هرگاه پایهٔ این دستگاه شیبی داشته باشد، از خط منحرف میشود. هر قدر شیب بیشتر باشد همانقدر انحراف حباب از خط وسطی افزایش می‌یابد. علت حرکت حباب این است که وزن آن از مایع اطرافش سبکتر است و لذا در بالای مایع شناور میشود. ولی اگر لوله مستقیم بود حباب با کمترین شیب تا سر لوله یعنی تا بالاترین نقطهٔ آن میرفت. واضحاً چنین ترازی برای کار عملی مناسب نیست. بنا بر این، لولهٔ تراز مانند شکل ۶۷ خمیده است. هرگاه پایهٔ دستگاه افقی باشد آنگاه حباب در بالاترین نقطهٔ لوله یعنی در وسط آن واقع است. و هرگاه تراز شیب داشته باشد آنگاه نه وسط لوله بلکه یک نقطهٔ مجاور آن در بالاترین وضع قرار میگیرد و حباب از روی خط به جای دیگر لوله میرود.

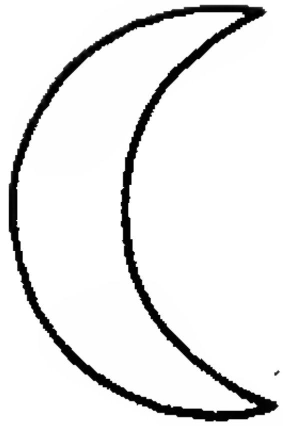
مطلوب مسئله تعیین انحراف حباب نسبت به خط بر حسب



شکل ۶۷. تراز نجاری.



شکل ۶۹. صلیبی از چوب‌های کبریت.



شکل ۶۸. داس ماه.

میلی‌متر است اگر شیب تراز نصف درجه، و شعاع خمیدگی لوله ۱ متر باشد.

۷۵. تعداد وجه‌ها. اینک سؤالی مطرح میشود که بدون شک بنظر بسیاری اشخاص خیلی ساده‌لوحانه یا بر عکس خیلی پیچیده آید:

مداد شش‌وجهی چند وجه دارد؟

قبل از اینکه به قسمت جواب‌ها مراجعه نمائید با دقت مسئله را بررسی کنید.

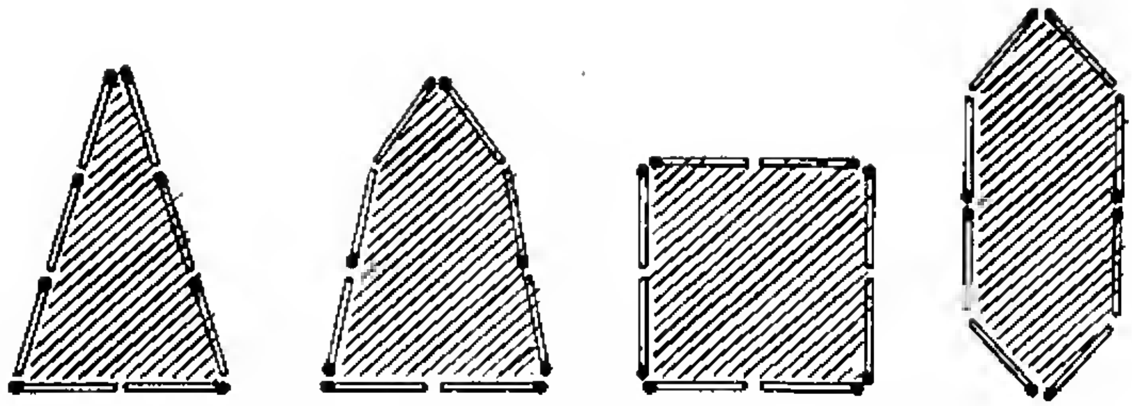
۷۶. داس ماه. شکل داس ماه را (شکل ۶۸) تنها با عبور دادن دو خط مستقیم به ۶ قسمت مساوی تقسیم کنید.

چگونه میتوان این عمل را انجام داد؟

۷۷. با ۱۲ چوب کبریت. با ۱۲ چوب کبریت شکل صلیبی را درست کنید که مساحت آن برابر ۵ مربع «کبریتی» باشد (شکل ۶۹). جای چوب کبریتها را طوری عوض کنید که محیط شکل تنها مساحتی برابر با ٤ مربع «کبریتی» را در بر گیرد.

ضمناً استفاده از ابزارهای اندازه‌گیری ممنوع است.

۷۸. با ۸ چوب کبریت. با ۸ چوب کبریت میتوان شکل‌های مسدود گوناگونی را درست کرد. بعضی از آنها در شکل ۷۰



شکل ۷۰. با ۸ چوب کبریت چگونه میتوان شکلی دارای مساحت حد اکثر را درست کرد؟

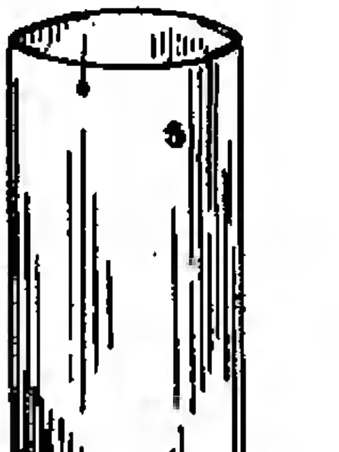
نمایش داده شده است. البته مساحت آنها مختلف است. مسئله در آن است که با ۸ چوب کبریت شکلی دارای مساحت حد اکثر را درست کنید.

۷۹. راه مگس. در روی دیوار ظرف استوانه‌ای شیشه‌ای، از داخل، قطره‌ای عسل در فاصله سه سانتی‌متری از لبهٔ فوقانی ظرف دیده میشود و از خارج، روی دیواره در نقطهٔ مقابل نقطهٔ اولی مگسی نشسته است (شکل ۷۱).

برای مگس کوتاه‌ترین راه تا قطرهٔ عسل را نشان دهید.

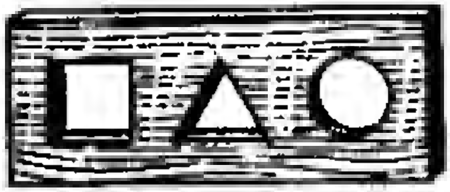
ارتفاع ظرف ۲۰cm و قطر آن ۱۰cm است.

گمان نکنید که مگس خودش بتواند کوتاه‌ترین راه را پیدا، و حل مسئله را برایتان آسان کند زیرا برای این کار مگس میبایستی معلومات هندسی داشته باشد ولی این امر از حدود سر مگس خارج است.

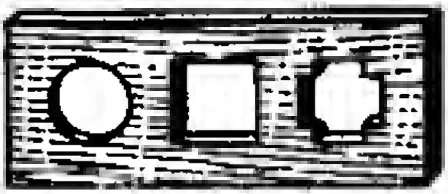


شکل ۷۱. راهی بسوی قطرهٔ عسل را به مگس نشان دهید.

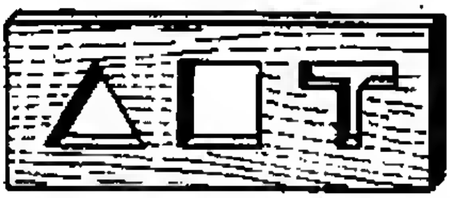
۸۰. در پوش‌را پیدا کنید. تخته‌ای با سه سوراخ مربع، سه‌گوش و گرد



شکل ۷۲. درپوشی برای هر سه سوراخ پیدا کنید.



شکل ۷۳. آیا درپوش واحدی برای این سوراخ‌ها وجود دارد؟



شکل ۷٤. آیا میشود درپوش واحدی را برای این سه سوراخ درست کرد؟

در برابر ما است (شکل ۷۲). آیا درپوشی بشکلی که بتواند هر سه سوراخ را بپوشاند ممکن است وجود داشته باشد؟

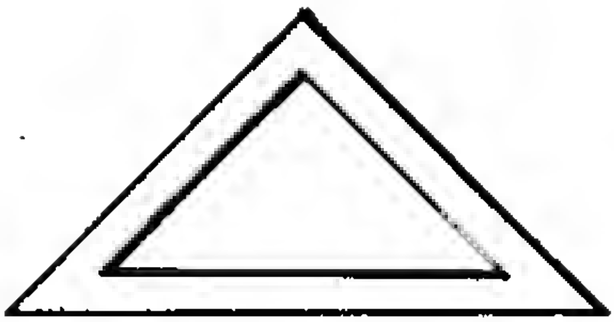
۸۱. درپوش دوم. اگر توانسته باشید مسئلهٔ قبل را حل کنید ممکن است برای سوراخ‌های مانند شکل ۷۳ نیز درپوشی پیدا کنید؟

۸۲. درپوش سوم. سرانجام باز هم یک مسئله دیگر از این قبیل: آیا یک درپوش برای هر سه سوراخ شکل ۷٤ وجود دارد؟

۸۳. عبور دادن سکهٔ پنج کوپکی. دو سکهٔ معاصر، یکی پنج و دیگری دو کوپکی را تهیه کنید. در یک ورق کاغذ دایره‌ای درست برابر با سکهٔ دو کوپکی را رسم، و ببرید.

آیا بنظر شما سکهٔ پنج کوپکی میتواند از لای این سوراخ رد شود؟

اینجا هیچ کلکی در کار نیست و مسئله کاملاً مسئلهٔ هندسی است.



شکل ۷۵. آیا مثلث‌های خارجی و داخلی متشابه هستند؟

شکل ۷۶ آیا راست‌گوشه‌های خارجی و داخلی متشابه هستند؟

۸۴. ارتفاع برج. برج بلندی از جاهای دیدنی شهر شماست و ارتفاع آن برایتان معلوم نیست. کارت‌پستالی نیز با عکس این برج در اختیارتان است. این عکس در تعیین ارتفاع برج چه کمکی بشما میتواند بکند؟

۸۵. اشکال متشابه. این مسئله برای کسانی است که ماهیت تشابه هندسی را میدانند. جواب دو سؤال زیر مطلوب است:

۱. آیا در شکل مثلث رسم (شکل ۷۵)، مثلث داخلی و خارجی متشابه هستند؟

۲. آیا در شکل قاب (شکل ۷۶) راست‌گوشه‌های خارجی و داخلی متشابه هستند؟

۸۶. سایهٔ سیم. سایهٔ مطلقی را که سیم تلگراف بقطر ۴ میلی‌متر در یک روز آفتابی در فضاء میافکند تا چه فاصله‌ای میرسد؟

۸۷. آجر اسباب بازی. وزن آجر ساختمانی ۴ کیلوگرم است. وزن آجر اسباب بازی از همان ماده منتها ۴ بار کوچکتر چقدر است؟

۸۸. غول و کوتوله. غولی با قامت ۲ متر تقریباً چند بار از کوتولهٔ دارای قد ۱ متر سنگینتر است؟

۸۹. دو هندوانه. در بازار در میان هندوانه‌ها دو هندوانه‌ای بابعاد مختلف وجود دارد. یکی $\frac{1}{4}$ عریض‌تر از دیگری، و $1\frac{1}{2}$ بار گرانتر از آن است. خریدن کدام یک از این دو اقتصادی‌تر است؟

۹۰. دو خربوزه. دو خربوزه از یک نوع در معرض فروش است. پیرامون دایرهٔ یکی ۶۰، و دیگری ۵۰ سانتی‌متر است. اولی یک و نیم بار گرانتر از دومی است. خریدن کدام یک اقتصادی‌تر است؟

۹۱. آلبالو. ضخامت لایهٔ نرمهٔ آلبالو با ضخامت هستهٔ آن یکی است. میپذیریم که شکل آلبالو و هسته گرد است. آیا شما میتوانید در ذهنتان برآورد کنید حجم قسمت نرم آلبالو از حجم هسته چند بار بیشتر است؟

۹۲. مدل برج ایفل. برج ایفل در پاریس بارتفاع ۳۰۰ متر و تمام‌فازی است. برای ساختن آن قریب ۸۰۰۰۰۰۰ کیلوگرم آهن مصرف شده است. من میخواهم مدل آهنیِ دقیق این برج را بوزن ۱ کیلوگرم سفارش بدهم.
ارتفاع آن چقدر است؟ بزرگتر یا کوچکتر از لیوان؟

۹۳. دو قابلمه. دو قابلمهٔ مسی با شکل یکسان و ضخامت یکسان دیواره‌ها مفروض است. گنجایش یکی ۸ بار از گنجایش دیگری بیشتر است.

وزن آن چقدر بیشتر است؟

۹٤. در هوای یخبندان. دو نفر یکی بزرگسال و دیگری بچه با لباس یکسان در هوای باز یخبندان ایستاده‌اند.

کدام یک از آنها بیشتر سردش است؟

شرح حل معمی‌های ۷۲ — ۹٤

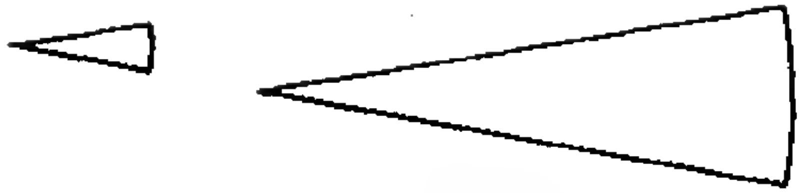
۷۲. در نظر اول این مسئله با هندسه هیچ ربطی ندارد. ولی تسلط بر این علم در آنستکه آدم بتواند اساس هندسی مسئله را در مواردی هم تشخیص دهد که با مطالب فرعی پوشیده باشد. این مسئله بدون قید و شرط هندسی است. بدون آگاهی از هندسه نمیتوان آنرا حل کرد.

خلاصه، چرا محور جلو ارابه بیشتر از محور عقب آن سائیده میشود؟ بر همه معلوم است که چرخ جلو کوچکتر از چرخ عقب است.* در یک قطعه راه، چرخ کوچکتر از چرخ بزرگتر دور زیادتر میزند زیرا دایرهٔ کوچکتر پیرامون کوچکتری دارد و لذا در قطعه طول معین تعداد دفعات زیادتر جا میگیرد. اکنون روشن میشود که در تمام جابجائی‌های ارابه چرخ جلو آن از چرخ عقبش بیشتر دور میزند و تعداد دورهای بیشتر البته باعث سائیدگی بیشتر محور میشود.

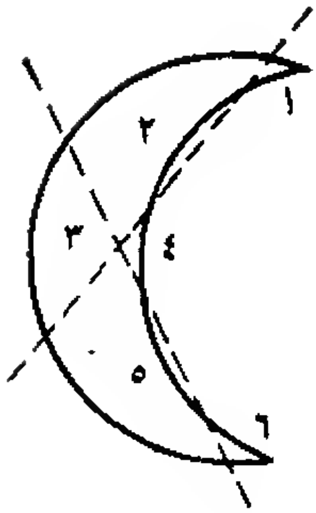
۷۳. اگر شما گمان کنید که زاویهٔ مورد نظرمان از لای ذره‌بین باندازهٔ $۱^۱/_۲ \times ٤ = ۹°$ باشد اشتباه کرده‌اید. با دیده شدن از لای ذره‌بین، زاویه بهیچوجه افزایش نمی‌یابد. راستی که طول کمان واصل طرفین زاویه افزایش می‌یابد اما شعاع این کمان

---

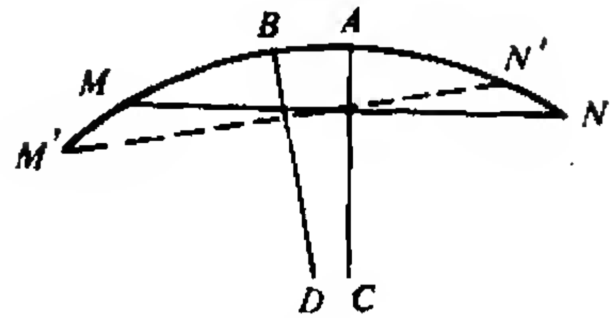
* منظور، ارابهٔ روسی است (مترجم).



شکل ۷۷



شکل ۷۹

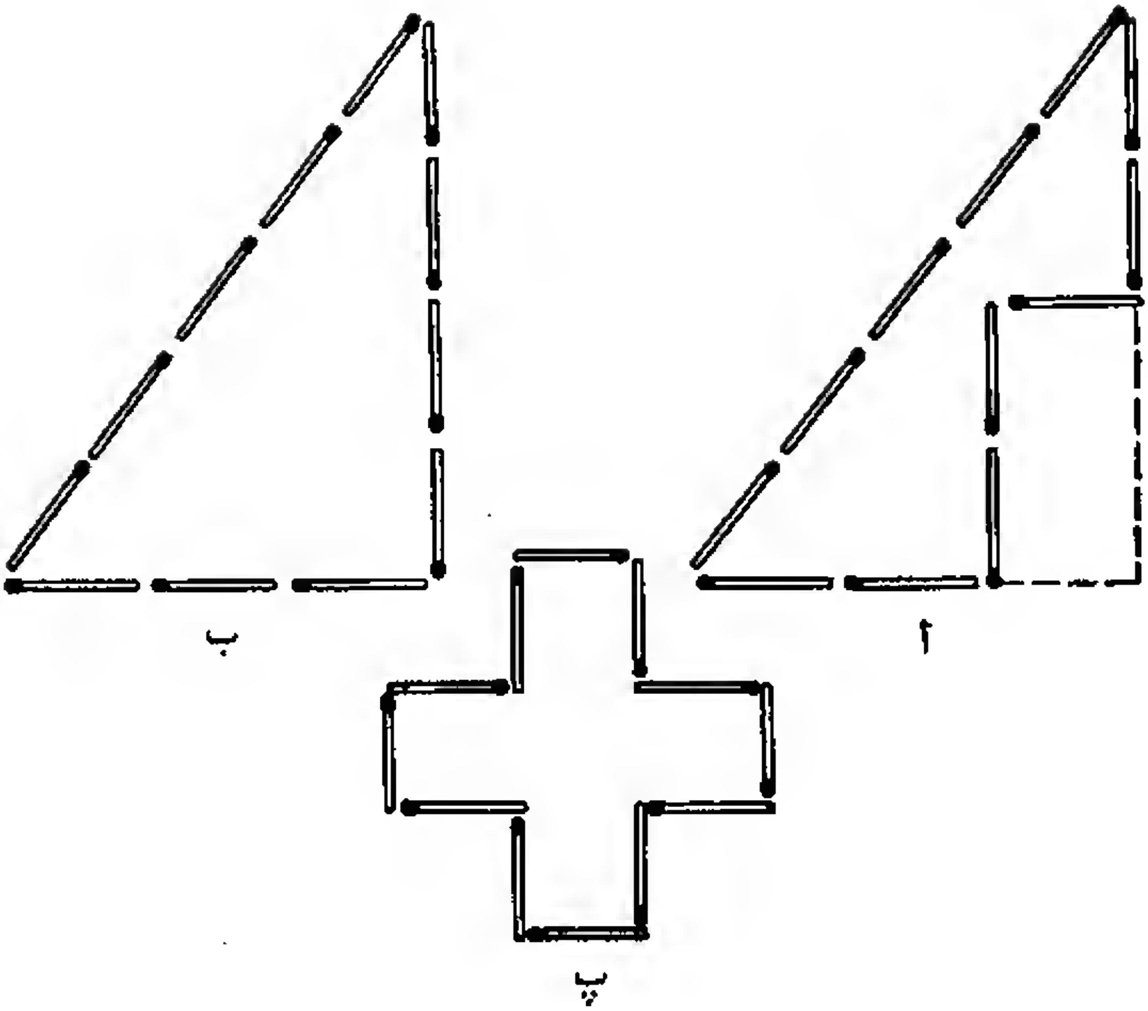


شکل ۷۸

نیز بهمین نسبت افزایش می‌یابد و در نتیجه اندازهٔ زاویهٔ مرکزی بلاتغییر می‌ماند. شکل ۷۷ این مطلب را روشن میسازد.

۷۴. شکل ۷۸ را بررسی نمائید. MAN وضع اولیهٔ کمان تراز، و $M'BN'$ وضع جدید آن است، ضمناً وتر $M'N'$ با وتر MN زاویهٔ ۱/۲° را تشکیل میدهد. هر دو وضع تراز طوری انتخاب شده است که حباب که قبلاً در نقطهٔ A قرار داشت اکنون در همان نقطه مانده منتها وسط کمان MN به B انتقال یافته است. محاسبهٔ طول کمان AB مطلوب است هرگاه شعاع آن ۱ متر، و اندازهٔ کمان بر حسب درجه ۱/۲° باشد (این امر از تساوی زوایای حادهٔ دارای طرفهای متعامد نتیجه می‌شود).

این محاسبه ساده است. پیرامون دایرهٔ کامل بشعاع ۱ متر (یا ۱۰۰۰ میلی‌متر) برابر است با ۲×۳٫۱۴×۱۰۰۰=۶۲۸۰ mm چون پیرامون دایره ۳۶۰ درجه یا ۷۲۰ نیم‌درجه را در بر دارد لذا طول یک نیم‌درجه با عمل تقسیم تعیین میشود:



شکل ۸۰

$$۶۲۸۰ : ۷۲۰ = ۸{,}۷ \text{ mm}$$

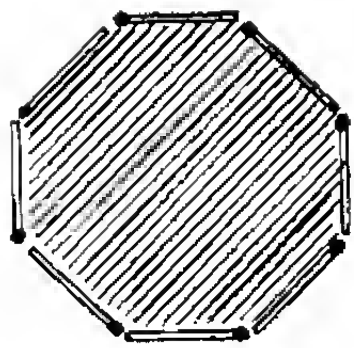
حباب تقریباً ۹ میلی‌متر یا قریب ۱ سانتی‌متر از خط منحرف میشود. بآسانی دیده میشود که هر قدر شعاع خمیدگی لوله بیشتر باشد همانقدر حساسیت تراز بیشتر است.

۷۵. این مسئله شوخی نیست و کاربرد اشتباهی کلمات را بر ملاء میسازد. بر خلاف عقیدهٔ اکثریت مردم، مداد شش‌وجهی ۶ وجه ندارد. تعداد کل وجوه آن، اگر تراشیده نشده باشد، ۸ است، ۶ وجه جانبی و ۲ وجه پیشانی. اگر آن در واقع ۶ وجه داشت آنوقت شکلش بکلی دیگر میبود یعنی شکل میله‌ای با مقطع راست گوشه.

عادت به شمردن فقط وجوه جانبی و فراموشی از قاعده‌های

هرم خیلی رایج است. عدهٔ بسیاری میگویند: هرم سه‌وجهی، هرم چهاروجهی و غیره در صورتیکه این هرم‌ها را باید سه‌گوشه، چهارگوشه و غیره، طبق شکل قاعدهٔ آن نامید. هرم سه‌وجهی یعنی هرم دارای سه وجه وجود ندارد.

بنا بر این، مداد مذکور در مسئله را باید بطرز صحیح نه شش‌وجهی بلکه شش‌گوش نامید.



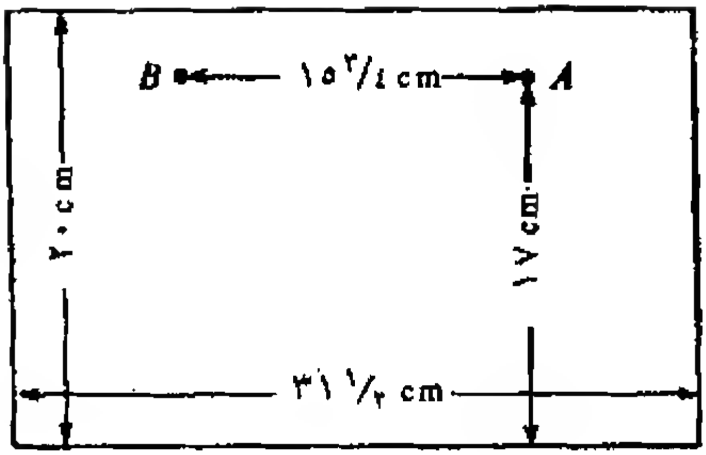
شکل ۸۱

۷۶. باید طبق شکل ۷۹ عمل شود. برای تصور بهتر، ۶ قسمت بدست آمده شماره‌بندی شده است.

۷۷. چوب کبریتها را باید مانند شکل ۸۰، الف قرار داد. مساحت این شکل چهار برابر مربع «کبریتی» است. چگونه میتوان از این امر مطمئن شد؟ در ذهن، این شکلمان را تکمیل میکنیم تا یک مثلث حاصل شود. مثلثی بدست می‌آید قائم‌الزاویه، با قاعدهٔ برابر سه چوب کبریت و با ارتفاع برابر ٤ چوب کبریت*. مساحت آن برابر است با نصف حاصلضرب قاعده در ارتفاع یعنی $\frac{1}{2} \times ۳ \times ٤ = ۶$ مربع بضلع مساوی یک چوب کبریت (شکل ۸۰، ب). اما شکلمان، چنانکه واضح است، دارای مساحتی است که باندازهٔ مساحت دو مربع «کبریتی» از مساحت مثلث کمتر است و بنا بر این، برابر است با ٤ مربع مذکور.

۷۸. میشود ثابت نمود که از همهٔ شکل‌های دارای یک طول دوره (یا باصطلاح، دارای پیرامون یکسان)، دایره دارای مساحت حد اکثر است. البته با چوب‌های کبریت نمیشود دایره‌ای ساخت معهذا از ۸ چوب کبریت میشود شکلی را ساخت (شکل ۸۱)

* خوانندگان آشنا به قضیهٔ فیثاغورث میفهمند چرا ما با اطمینان میتوانیم ادعا کنیم که مثلث بدست آمده قائم الزاویه است: $۵^۲ = ٤^۲ + ۳^۲$.



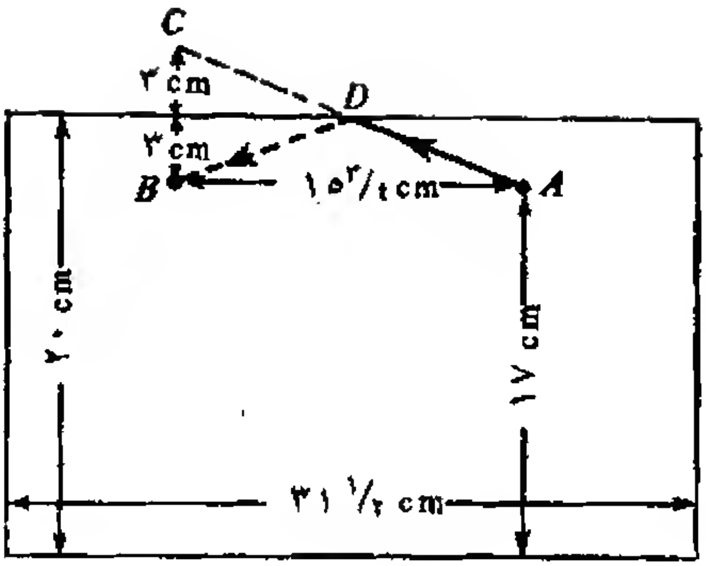
شکل ۸۲

که به شکل دایره نزدیکتر از همه است. این شکل هشت‌گوش منتظم است. همانا هشت‌گوش منتظم، شکل جوابگوی شرط مسئله را دارد زیرا دارای مساحت حد اکثر است.

۷۹. برای حل مسئله، سطح جانبی ظرف را بصورت شکل مسطحی باز میکنیم. راست‌گوشه‌ای (شکل ۸۲) بدست می‌آید که ارتفاع آن برابر ۲۰ cm، و قاعدهٔ آن با طول پیرامون ظرف یعنی تقریباً $10 \times 3^1/_7 = 31^1/_2$ cm برابر است. روی این راست‌گوشه وضع مگس و قطرهٔ عسل را علامت‌گذاری مینمائیم. مگس در نقطهٔ A در فاصلهٔ ۱۷ cm از قاعده، و قطره در نقطهٔ B در همان ارتفاع و در فاصلهٔ برابر نصف پیرامون دایره یعنی $15^3/_4$ cm از A واقع است.

حال برای اینکه نقطه‌ای را پیدا کنیم که مگس در آن از لبهٔ ظرف باید بگذرد بنحو زیر عمل میکنیم. از نقطهٔ B (شکل ۸۳) خط راستی‌را تحت زاویهٔ قائمه نسبت به ضلع فوقانی راست‌گوشه تا فاصلهٔ برابر عبور میدهیم و نقطهٔ C را بدست میاوریم. این نقطه را با خط راستی به A وصل میکنیم. نقطهٔ D نقطه‌ای است که مگس در آن باید به طرف دیگر ظرف برود و راه ADB کوتاه‌ترین است.

پس از یافتن کوتاه‌ترین راه در شکل گستردهٔ راست‌گوشه،



شکل ۸۳

دوباره آنرا بصورت استوانه میپیچیم و میفهمیم کوتاه‌ترین راه مگس به سوی قطرهٔ عسل کدام است (شکل ۸٤).

آیا مگس‌ها در چنین مواردی چنین راهی‌را انتخاب می‌کنند یا نه — من این را نمیدانم. ممکن است با پیروی از حس بویایی، مگس واقعاً کوتاهترین راه را میپیماید ولی احتمالش ضعیف است زیرا حس بویایی برای این کار چندان دقیق نیست.

۸۰. درپوش مطلوب در این مورد وجود دارد. شکل آن مانند شکل ۸۵ است. بسهولت دیده میشود که چنین درپوشی بتنهائی در واقع میتواند هم سوراخ مربع، هم سوراخ سه‌گوش و هم سوراخ گرد را بپوشاند.

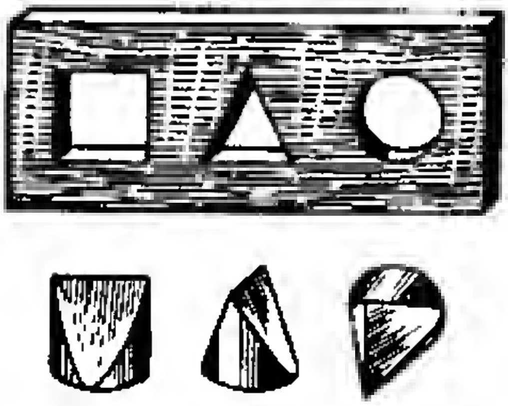
۸۱. برای سوراخهائی نیز که در شکل ۸٦ نشان داده شده است یعنی گرد، مربع و صلیبی‌شکل درپوشی وجود دارد. آن در سه نما نشان داده شده است.

۸۲. چنین درپوشی نیز وجود دارد؛ شما میتوانید آنرا در شکل ۸۷ از سه طرف مشاهده کنید.

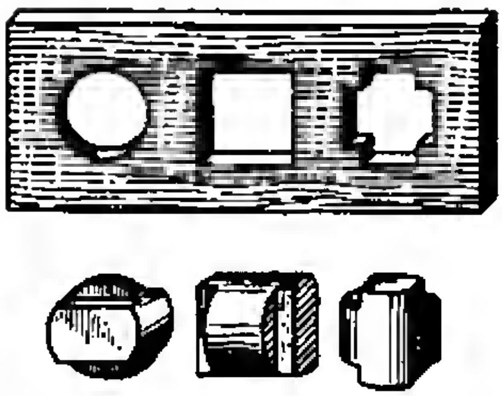
(مسائلی را که تازه بررسی کردیم زود بزود در برابر نقشه-

10-0625

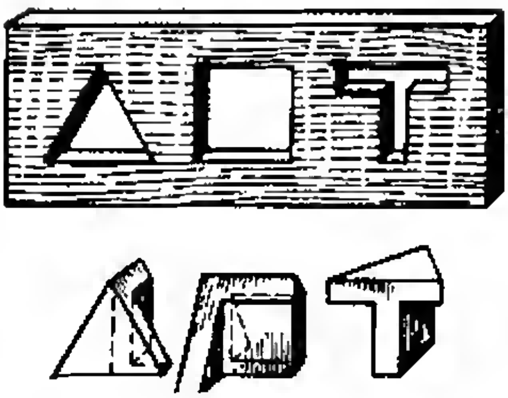
شکل ۸۴



شکل ۸۵



شکل ۸۶



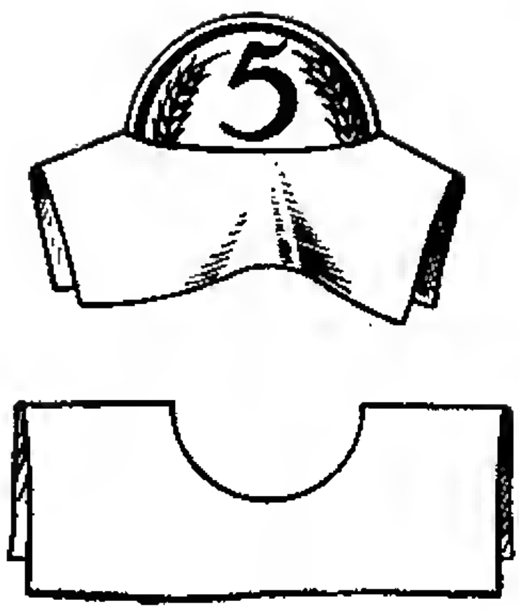
شکل ۸۷

کشان عرض اندام مینماید مثلاً وقتیکه از روی سه تصویر لازم باشد شکل قطعه‌ای از ماشین را تعیین کنند.)

۸۳. با وجودیکه این امر عجیب بنظر میرسد عبور دادن سکه پنج کوپکی از سوراخی باین کوچکی کاملاً عملی است. فقط لازم است این کار را از سر درستش بگیریم. کاغذ را بگونه‌ای تاب میدهیم که سوراخ گرد بصورت شکاف مستقیمی در آید (شکل ۸۸) و سکهٔ پنج کوپکی را از آن عبور میدهیم.

محاسبهٔ هندسی کمک میکند به ماهیت این تردستی بظاهر پیچیده پی ببریم. قطر سکهٔ دوکوپکی ۱۸ mm است. پیرامون آن که بآسانی قابل محاسبه است برابر ۵۶ mm (و اندی) میباشد.

واضح است که طول شکاف مستقیم باید دو بار کوچکتر از پیرامون سوراخ یعنی برابر ۲۸ mm باشد. ضمناً قطر سکهٔ پنج کوپکی تنها ۲۵ mm میباشد و این امر میرساند که این سکه میتواند از لای شکاف ۲۸ میلی‌متری حتی با در نظر گرفتن ضخامت سکه ($1\frac{1}{2}$ mm) رد شود.



شکل ۸۸

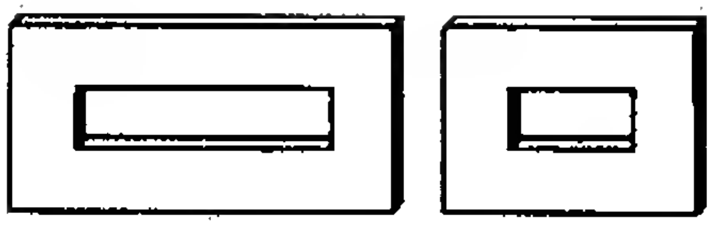
۸۴. برای اینکه از روی عکس، ارتفاع طبیعی برج را تعیین کنیم قبل از هر چیز لازم است هرچه دقیقتر ارتفاع و طول قاعدهٔ برج را در عکس اندازه بگیریم. فرض کنیم که ارتفاع در عکس ۹۵ mm، و طول قاعده ۱۹ mm باشد. سپس طول طبیعی قاعدهٔ خود برج را اندازه میگیریم. فرض کنیم که آن برابر ۱۴ m باشد.

پس از انجام این عمل چنین استدلال میکنیم.

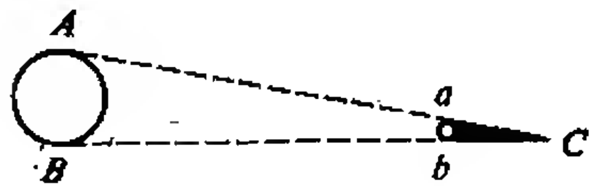
عکس برج و شکل خود برج از لحاظ هندسی متشابه هستند. بنا بر این، ارتفاع طبیعی برج بهمان نسبت از طول قاعدهٔ آن بیشتر است که تصویر ارتفاع برج از تصویر قاعدهٔ آن بیشتر میباشد. نسبت دومی ۱۹ : ۹۵ یعنی ۵ است. از اینجا نتیجه میگیریم که ارتفاع برج ۵ برابر طول قاعدهٔ آن است یعنی اندازه طبیعی آن $14 \times 5 = 70$ m است.

بدینترتیب ارتفاع برج شهر ۷۰ متر است. ناگفته نماند که هر عکس برای تعیین ارتفاع برج مناسب نیست بلکه تنها عکسی مناسب است که بر خلاف آنچه اغلب برای عکاسان کم تجربه اتفاق میافتد تناسب آن بر هم نخورده باشد.

۸۵. اغلب به هر دو سؤال مطرح شده جواب مثبت میدهند. اما در واقع فقط مثلث‌ها متشابه هستند ولی راست‌گوشه‌های خارجی



شکل ۸۹



شکل ۹۰

و داخلی در شکل قاب بطور اعم متشابه نیستند. برای تشابه مثلث‌ها تساوی زوایا کافی است. چون اضلاع مثلث داخلی موازی اضلاع مثلث خارجی است لذا این شکل‌ها متشابهند. ولی برای تشابه سایر چندضلعی‌ها تنها تساوی زوایا (یا تنها توازی اضلاع) کافی نیست. بعلاوه لازم است که اضلاع چندضلعی‌ها متناسب باشند. در مورد چهارگوشه‌های داخلی و خارجی در شکل قاب این امر فقط در مورد مربع‌ها (و بطور کلی لوزی‌ها) صدق می‌کند. لکن در سایر موارد، اضلاع چهارگوشهٔ خارجی متناسب با اضلاع چهارگوشهٔ داخلی نیستند و لذا این شکل‌ها متشابه نیستند. عدم تشابه در مورد قاب‌های چهارگوش با حاشیه‌های پهن مانند شکل ۸۹ واضح میشود. در قاب طرف چپ، نسبت اضلاع خارجی بیکدیگر ۱:۲، و نسبت اضلاع داخلی ۱:۴ است. در قاب طرف راست نسبت اضلاع خارجی ۳:۴، و نسبت اضلاع داخلی ۱:۲ است.

۸۶. شاید برای عدهٔ زیادی این نکته غیر مترقبه باشد که برای حل این مسئله اطلاعاتی از علم هیئت لازم است: فاصلهٔ زمین تا خورشید و اندازهٔ قطر خورشید. طول سایهٔ مطلقی که سیم در فضاء می‌افکند از طریق ترسیم هندسی مانند شکل ۹۰ تعیین

میشود. بسهولت دیده میشود که سایه بهمان نسبت از قطر سیم بزرگتر است که فاصلهٔ زمین تا خورشید (۱۵۰۰۰۰۰۰۰ km) از قطر خورشید (۱۴۰۰۰۰۰ km) بیشتر میباشد. نسبت اخیر الذکر تقریباً برابر ۱۱۵ است. بنا بر این، طول سایهٔ مطلق که سیم در فضاء می‌افکند برابر است با

$$۴ \times ۱۱۵ = ۴۶۰ \text{ mm} = ۴۶ \text{ cm}$$

طول کم سایهٔ مطلق باعث میشود که سایه روی زمین یا دیوار خانه‌ها دیده نشود. آن خطوط ضعیفی که دیده میشود سایه نیست بلکه نیم‌سایه است.

روش دیگر حل اینگونه مسایل هنگام بررسی معمی شمارهٔ ۸ شرح داده شد.

۸۷. این پاسخ که وزن آجر اسباب بازی ۱ کیلوگرم یعنی ۴ بار کمتر است غلط میباشد زیرا آجر اسباب بازی از آجر واقعی نه تنها ۴ بار کوتاه‌تر، بلکه نیز ۴ بار باریکتر و ۴ بار نازکتر است لذا حجم و وزن آن $۴ \times ۴ \times ۴ = ۶۴$ مرتبه کمتر است.
بنا بر این، جواب درست چنین است:
وزن آجر اسباب بازی برابر است با $۴۰۰۰ : ۶۴ = ۶۲,۵$ g.

۸۸. اکنون شما دیگر برای حل این مسئله آمادگی دارید. از آنجا که شکل‌های تن انسانی تقریباً متشابهند حجم فردیکه قد دو برابر بلندتر را دارد ۸ بار بیشتر است. بنا بر این، وزن غول ما از وزن کوتوله تقریباً ۸ مرتبه بیشتر میباشد.

بلندترین غولی که ذکر مستند در بارهٔ وی بجا مانده است یک ساکن آلزاس با قد ۲۷۵ سانتی‌متر یعنی یک متر بلندتر از قد انسانی متوسط بود. و اما قد کوچکترین کوتوله کمتر از ۴۰ سانتی‌متر یعنی تقریباً ۷ بار کوتاه‌تر از قد غول آلزاسی بود. لذا اگر روی یک کفهٔ ترازو غول آلزاسی قرار میگرفت در آنصورت جهت حفظ تعادل لازم میشد $۷ \times ۷ \times ۷ = ۳۴۳$ نفر کوتوله یعنی یک جماعت تمام روی کفهٔ دیگر بایستند.

۸۹. حجم هندوانهٔ بزرگ از حجم هنداونهٔ کوچک

$$۱\tfrac{۱}{۴} \times ۱\tfrac{۱}{۴} \times ۱\tfrac{۱}{۴} = \frac{۱۲۵}{۶۴}$$

بار یا تقریباً دو بار بیشتر است. پس، خرید هندوانهٔ بزرگتر اقتصادی‌تر است. قیمت آن تنها یک و نیم برابر گران‌تر است در صورتیکه مقدار مادهٔ خوراکی آن تقریباً دو بار بیشتر است.

پس چرا فروشندگان چنین هندوانه‌هائی را نه به قیمت دو برابر بلکه بقیمت یک و نیم برابر بیشتر میفروشند؟ این تنها بدان علت است که فروشندگان در اغلب موارد در علم هندسه ضعیف هستند. ضمناً خریداران نیز در هندسه ضعیف هستند چون اغلب از خرید ارزان رو گردان می‌شوند. بجرأت میتوان تاکید کرد که خرید هندوانه‌های درشت بنفع خریداران است زیرا همیشه ارزان‌تر از قیمت حقیقی قیمت‌گذاری میشود* لکن بیشتر خریداران از این موضوع بی‌خبرند.

بهمین علت همیشه خرید تخم مرغ های درشت ارزانتر از تخم مرغ های کوچک تمام میشود بشرطیکه نه برحسب وزن بلکه دانه دانه فروخته شود.

۹۰. نسبت پیرامون دایره‌ها مانند نسبت اقطار است. هرگاه پیرامون دایرهٔ یک خربوزه ۶۰ cm، و پیرامون دایرهٔ دیگری ۵۰ cm باشد آنگاه نسبت اقطار آنها $\frac{۶}{۵} = ۶۰ : ۵۰$، و نسبت احجام آنها

$$\left(\frac{۶}{۵}\right)^۳ = \frac{۲۱۶}{۱۲۵} \approx ۱,۷۳$$

خربوزهٔ بزرگ هرگاه برحسب حجم (یا وزن) قیمت‌گذاری شود ۱,۷۳ برابر یا بعبارت دیگر ۷۳٪ گرانتر از خربوزهٔ کوچک

---

* موضوع تخفیف آگاهانهٔ قیمت در میان نیست. در بازارهای روسیه قیمت چنین کالاهائی معمولا نه برحسب وزن بلکه دانه دانه تعیین میشد (مترجم).

است. در صورتیکه فروشنده فقط ٪۵۰ بیشتر برای آن میخواهد. واضح است که خرید آن منفعت مستقیم دارد.

۹۱. از مفاد مسئله برمی‌آید که قطر آلبالو ۳ برابر بزرگتر از قطر هستهٔ آن است. بنا بر این، حجم آلبالو ۳×۳×۳ یعنی ۲۷ برابر بیشتر است. هسته ۱/۲۷، و نرمه بقیهٔ ۲۶/۲۷ حجم آلبالو را دارد. بنا بر این حجم نرمه ۲۶ برابر حجم هستهٔ آلبالو است.

۹۲. هرگاه مدل ۸۰۰۰۰۰۰ بار از اصل سبکتر، و هر دو از یک فلز باشند آنگاه حجم مدل باید ۸۰۰۰۰۰۰ بار کمتر از حجم اصل باشد. ما اکنون میدانیم که نسبت حجم اجسام متشابه مانند نسبت مکعب‌های ارتفاع آنهاست. بنا بر این، مدل باید ۲۰۰ بار کوتاه‌تر از اصل باشد چونکه

$$۲۰۰ \times ۲۰۰ \times ۲۰۰ = ۸۰۰۰۰۰۰$$

ارتفاع برج واقعی ۳۰۰ متر است. از اینجا نتیجه میشود که ارتفاع مدل باید برابر باشد با

$$۳۰۰ : ۲۰۰ = ۱\,{}^{۱}/_{۲}\ \mathrm{m}$$

ارتفاع مدل تقریباً هم‌قد انسان است.

۹۳. هر دو قابلمه اشکال هندسی متشابهی هستند. هرگاه گنجایش قابلمهٔ بزرگتر ۸ برابر بیشتر باشد آنگاه همهٔ اندازه‌های خطی آن ۲ برابر بزرگتر هستند یعنی ارتفاع و عرض آن در هر دو جهت دو برابر بیشتر است. اما از آنجا که ارتفاع و عرض آن دو برابر بیشتر است سطح آن ۲×۲ یعنی ٤ برابر بیشتراست زیرا نسبت مساحت اجسام متشابه مانند نسبت مجذور اندازه‌های خطی میباشد. اگر ضخامت جدارها یکی باشد وزن قابلمه به سطح آن بستگی دارد. از اینجا جواب سوال مسئله بدست می‌آید: قابلمهٔ بزرگتر ٤ برابر سنگین‌تر از قابلمهٔ کوچکتر است.

۹۴. این مسئله که در نظر اول ریاضی نیست از طریق همان استدلال هندسی که در مسئلهٔ قبل بکار رفت حل میشود.

قبل از اینکه به حل آن مبادرت ورزیم مسئلهٔ مشابهی منتها تا اندازه‌ای ساده‌تر را در نظر میگیریم.

دو دیگ (یا دو سماور)، یکی کوچک و دیگری بزرگ، که از یک جنس و بیک شکل هستند پر از آب جوش هستند. کدام یک زودتر سرد میشود؟

اجسام معمولاً از سطح سرد میشوند و بنا بر این آن دیگ زودتر سرد میشود که هر واحد حجمش با سطح بیشتر متناظر باشد. هرگاه یک دیگ n برابر بلندتر و پهنتر از دیگری باشد آنگاه سطح آن n^2 برابر، و حجم آن n^3 برابر بیشتر است. یک واحد سطح دیگ بزرگتر با حجم n برابر بیشتر متناظر است و بنا بر این، دیگ کوچک‌تر زودتر باید سرد شود.

بهمین علت هم، بچه‌ای که در هوای یخبندان ایستاده است باید بیشتر از شخص بزرگسالی که لباس یکسان با لباس بچه را به تن دارد سرد شود؛ زیرا مقدار گرمای تولید شده در هر سانتی‌متر مکعب جسم برای هر دو نفر تقریباً مساوی است لکن سطح سرد شوندهٔ تن بچه که با هر سانتی‌متر مکعب متناظر است از شخص بزرگسال بیشتر است.

این پدیده همچنین باعث میشود که انگشتان دست و بینی بیشتر از دیگر اندام‌ها که سطح آنها نسبت به حجم آنها آنقدر زیاد نیست سرد یا دچار سرمازدگی گردد.

مسئلهٔ زیر نیز از همین زمره است:

چرا تراشهٔ چوب زودتر از کنده‌ای که از آن برداشته شده مشتعل میگردد؟

از آنجا که گرما از سطح وارد جسم شده و سپس در تمام حجم آن پخش میشود باید سطح و حجم تراشه را (که بطور مثال مقطع عرضیش مربع باشد) با سطح و حجم کنده‌ای با همان طول (که آن هم دارای مقطع عرضی مربع باشد) مقایسه کنیم تا بدانیم که در هر مورد چه سطحی با هر سانتی‌متر مکعب چوب متناظر است. هرگاه ضخامت کنده ۱۰ برابر ضخامت تراشه باشد آنگاه

سطح جانبی کنده نیز ۱۰ برابر سطح تراشه است در صورتیکه حجم آن ۱۰۰ برابر حجم تراشه میباشد. بناً بر این، در مورد تراشه هر واحد سطح با حجم ۱۰ بار کوچکتر از مورد کنده متناظر است: یعنی همان مقدار گرما در مورد تراشه مقدار ۱۰ بار کمتر ماده را گرم میکند و بهمین علت تراشه زودتر از کنده از یک منبع گرما مشتعل میشود. (نظر به بدی هدایت گرمای چوب، رابطه‌های مذکور را باید خیلی تقریبی دانست. این رابطه‌ها تنها چگونگی فرایند و نه جنبهٔ کمی آن را مشخص می‌سازند.)

فصل دهم

هندسهٔ باران و برف

۹۵. باران‌سنج. هوای لنینگراد خیلی بارانی، مثلا بسیار بارانیتر از مسکو محسوب میشود. و اما دانشمندان حرف دیگری میزنند و آن اینکه همه‌ساله باران‌های مسکو خیلی بیشتر از لنینگراد آب میآورد. آنان از کجا این موضوع را میدانند؟ مگر میشود مقدار آب باران را اندازه گرفت؟

این مسئله مشکل بنظر میرسد ولی شما خودتان نیز میتوانید باران‌سنجی را یاد بگیرید. فکر نکنید که برای این منظور لازم شود تمام آب باران را از روی زمین جمع کنید. کافیست تنها ضخامت لایه‌ای از آب را اندازه بگیرید که روی زمین بوجود می‌آمد اگر آب باریده شده بجریان نمی‌افتاد و جذب زمین نمیشد. و انجام این عمل چندان مشکل نیست زیرا باران بطور یکنواخت بروی تمام سطح میبارد: هیچ اتفاق نمی‌افتد که باران به یک کرت آب بیشتری نازل کند تا به کرت مجاور. بنا بر این، کافیست ضخامت لایهٔ آب باران را در یک سطح محدود اندازه بگیریم تا ضخامت آنرا در تمام سطحی که باران روی آن باریده است بدانیم.

لابد اکنون شما در یافته باشید چگونه باید عمل نمود تا ضخامت لایهٔ آب باران را اندازه بگیرید. باید یک قطعه سطحی تعبیه کرد که آب باران در آن جذب زمین نشود و بیرون از حدود آن نریزد. برای این کار هر ظرف سر باز مثلا سطل مناسب است. هرگاه سطلی با دیوارهٔ قایم داشته باشید (که قطر آن در بالا و در پائین یکی باشد) آنرا در جای باز زیر باران بگذارید*.

---

* باید سطل را در جای مرتفعی قرار داد تا رشحه‌های ناشی از ضربهٔ قطرات باران بزمین در آن نیفتد.

بعد از پایان باران ارتفاع آبی را که در سطل جمع شده اندازه بگیرید و آنگاه تمام آنچه را برای محاسبه لازم است خواهید داشت.

حال با دقت بیشتر به بررسی «بارانسنج» دستسازمان میپردازیم. چگونه باید ارتفاع آب سطل را اندازه گرفت؟ خطکش اندازه‌گیری را در آن گذاشت؟ اما این فقط در موردیکه آب در سطل زیاد باشد مناسب است. هرگاه ضخامت آب، بطوریکه معمولا اتفاق میافتد، دو — سه سانتی‌متر یا حتی میلی‌متر باشد آنگاه اندازه‌گیری ضخامت لایهٔ آب از این طریق میسر نیست. ضمناً هر میلی‌متر، حتی یک دهم آن، در این مورد اهمیت دارد. پس چکار باید کرد؟

بهتر است آب را در ظرف شیشه‌ای باریک‌تری بریزید. در چنین ظرفی آب در سطح بالاتری قرار میگیرد که از لای دیوارهٔ شفاف بسهولت دیده میشود. شما آگاهی دارید که ارتفاع اندازه‌گیری شدهٔ آب در ظرف باریک ضخامت همان لایه آبی را که باید اندازه بگیریم نیست. اما تبدیل یک مقیاس به مقیاس دیگر آسان است. فرض کنیم قطر ته ظرف باریک درست ده بار کوچکتر از قطر ته سطل بارانسنج ما باشد. در اینصورت مساحت ته ظرف ۱۰×۱۰ یا ۱۰۰ بار کمتر از مساحت ته سطل خواهد بود. واضح است که سطح آب سطل در ظرف شیشه‌ای ۱۰۰ بار بالاتر است. بنا بر این، هرگاه ضخامت لایهٔ آب باران در سطل ۲ میلی‌متر باشد آنگاه سطح همین آب در ظرف باریک در ارتفاع ۲۰۰ میلی‌متر یا ۲۰ سانتی‌متر قرار میگیرد.

شما از این محاسبه میبینید که ظرف شیشه‌ای نسبت به سطل بارانسنج نباید خیلی باریک باشد چون در این صورت ارتفاع آن بسیار زیاد میبود. کاملا کافیست اگر ظرف شیشه‌ای ۵ بار باریکتر از سطل باشد. در اینصورت مساحت ته آن ۲۵ بار از مساحت ته سطل کمتر است و سطح آب بهمان نسبت بالاتر قرار میگیرد. با هر میلیمتر ضخامت آب سطل، ۲۵ میلی‌متر ارتفاع آب ظرف باریک متناظر است. بنا بر این، بهتر است یک نوار کاغذی روی سطح خارجی دیوار ظرف شیشه‌ای بچسبانیم، سپس آنرا به قسمتهای ۲۵ میلی‌متری تقسیم کنیم و تقسیمات را با ارقام ۱، ۲، ۳ و غیره علامتگذاری نمائیم. آنگاه با دیدن ارتفاع

آب در ظرف باریک شما مستقیماً، بدون هیچگونه محاسبه، ضخامت لایهٔ آب در سطل بارانسنج را خواهید دانست. هرگاه قطر ظرف باریک بجای ۵ بار، ۴ بار کوچکتر از قطر سطل باشد آنگاه تقسیمات روی دیوار شیشه‌ای باید ۱۶ میلی‌متری باشد و امثال آن.

ریختن آب از لب سطل در ظرف باریک اندازه‌گیری مشکل است. بهتر است در دیوارهٔ سطل سوراخ گرد کوچکی تعبیه شود و درپوشی با لولهٔ شیشه‌ای در آن جایگزین گردد. ریختن آب از این لوله خیلی راحتتر است.

بدینترتیب شما وسایل اندازه‌گیری ضخامت لایهٔ آب باران را در اختیار دارید. البته، دقت اندازه گیری آب باران با سطل و ظرف اندازه‌گیری دستساز از بارانسنج واقعی و استکان اندازه‌گیری واقعی که در ایستگاه‌های هواشناسی مورد استفاده قرار میگیرد کمتر است. اما تمام وسایل سادهٔ شما کمک میکند محاسبات آموزندهٔ زیادی را انجام دهید.

حال به این محاسبات میپردازیم.

۹۶. مقدار باران. پالیزی بطول ۴۰ متر و عرض ۲۴ متر مفروض است. باران بارید و شما خواستید بدانید چقدر آب بروی پالیز باریده است. چگونه میتوان این محاسبه را انجام داد؟

البته، کار را باید با تعیین لایهٔ آب باران آغاز نمود. بدون این رقم نمیتوان هیچ محاسبه‌ای را انجام داد. فرض کنیم بارانسنج دستسازتان نشان داده باشد که باران لایه‌ای از آب را بارتفاع ۴ میلی‌متر بوجود آورده است. حساب میکنیم چند سانتی‌متر مکعب آب در هر متر مربع پالیز میماند اگر آب در زمین نمی‌رفت. یک متر مربع بطول ۱۰۰ سانتی‌متر و عرض ۱۰۰ سانتی‌متر است. لایه‌ای از آب بضخامت ۴ میلی‌متر یا ۰٫۴ سانتی‌متر در آن قرار دارد. بنا بر این، حجم چنین لایه‌ای از آب برابر $0{,}4 \times 100 \times 100 = 4000\ cm^3$ است.

شما آگاهی دارید که یک سانتی‌متر مکعب آب ۱ گرم وزن دارد. پس، بروی هر متر مربع پالیز ۴۰۰۰ گرم یا ۴

کیلوگرم آب باریده است. تمام سطح پالیز $40 \times 24 = 960\ m^2$ است. یعنی $4 \times 960 = 3840\ kg$ یا قریب ۴ تن آب روی آن باریده است.

برای کسب تصور بهتر، حساب کنید چند سطل آب لازم میشد به پالیز بیاورید تا مقدار آب برابر با آب باران را روی آن بپاشید. در یک سطل معمولی ۱۲ کیلوگرم آب جا میگیرد. بنا بر این، باران $3840 : 12 = 320$ سطل آب آورده است.

پس شما باید ۳۰۰ سطل آب در پالیز بریزید تا مقدار آب معادل بارانی که تنها یک ربع ساعت ادامه دارد بآن بدهید.

باران شدید و ضعیف بصورت عددی چگونه بیان میشود؟ برای دانستن این موضوع باید «شدت نزولات» را تعیین نمود یعنی چند میلی‌متر آب (یعنی لایهٔ آب) در ظرف یک دقیقه میبارد. بارانی را که هر دقیقه بطور متوسط ۲ میلی‌متر آب بدهد رگبار شدید مینامند در صورتیکه در باران آهستهٔ پائیزی، ۱ میلی‌متر آب در ظرف یک ساعت یا حتی بیشتر جمع میشود.

بطوریکه می‌بینید اندازه‌گیری آب باران نه تنها امکان‌پذیر است بلکه آسان هم هست. علاوه بر این شما، اگر بخواهید، میتوانید برآورد کنید چند قطرهٔ باران میبارد*. در واقع هم وزن قطرات باران معمولی بقدری است که ۱۲ قطره یک گرم وزن دارد. پس، با باران مذکور $4000 \times 12 = 48000$ قطره در هر متر مربع پالیز باریده است.

سپس حسابهٔ تعداد قطرات باریده روی تمام پالیز مشکل نیست. اما محاسبهٔ تعداد قطرات باران گرچه جالب است فایده‌ای ندارد. مقصود ما از ذکر این محاسبه تنها این بود که نشان دهیم چه محاسباتی بظاهر پیچیده میتوان انجام داد هرگاه طریقهٔ آنرا بدانیم.

۹۷. مقدار برف. ما یاد گرفتیم مقدار آب باران را اندازه بگیریم. اما آبی را که تگرگ بیاورد چگونه میتوان اندازه گرفت؟

---

* باران همیشه بصورت قطرات جداگانه میبارد حتی در مواردیکه مانند سیل بنظر برسد.

بهمان ترتیب. دانه‌های تگرگ در بارانسنج شما میافتد و آب میشود. آب ناشی از تگرگ را اندازه میگیرید و نتیجهٔ مطلوب را بدست میاورید.

و اما طریقهٔ اندازه‌گیری آب برف فرق میکند. در این مورد بارانسنج نتیجهٔ نادقیق میدهد زیرا باد قسمتی از برف باریده را از سطل بدر میبرد. لکن آب برف را بدون بارانسنج میشود اندازه گرفت. برای این منظور ضخامت لایهٔ برف روی سطح حیاط، پالیز یا کشتزار را بکمک باریکهٔ چوبی اندازه میگیرند. و اما برای دانستن ضخامت آبی که از این برف بوجود می‌آید باید چنین آزمایشی را کرد: سطلی را از برف بهمان درجهٔ پوکی پر کرد و گذاشت آب شود، سپس ارتفاع سطح آب را اندازه گرفت. بدینترتیب شما تعیین میکنید چند میلی‌متر آب از هر میلی‌متر برف بدست می‌آید. با دانستن این موضوع شما بسهولت میتوانید ضخامت لایهٔ برف را به ضخامت لایهٔ آب تبدیل کنید.

اگر هر روز بلاوقفه مقدار آب باران را در فصل گرم اندازه بگیرید و مقدار آبی را که در زمستان بصورت برف جمع شده اضافه کنید مقدار کل آب باریده در محل سکونتتان را بدست میاورید. این نتیجهٔ مهمی است که مقدار نزولات را در محل مورد نظر نشان میدهد. («نزولات» به تمام آب باریده اعم از باران، تگرگ، برف و غیره اطلاق میشود).

مقدار سالانهٔ متوسط نزولات در شهرهای مختلف اتحاد شوروی بشرح زیر است:

لنینگراد	۴۷ cm	استراخان	۱۴ cm
وولوگدا	۴۵ cm	کوتائیسی	۱۷۹ cm
آرخانگلسک	۴۱ cm	باکو	۲۴ cm
مسکو	۵۵ cm	اسوردلوفسک	۳۶ cm
کوستروما	۴۹ cm	توبولسک	۴۳ cm
قازان	۴۴ cm	سمیپالاتینسک	۲۱ cm
کوبیبشف	۳۹ cm	آلماآتا	۵۱ cm
اورنبورگ	۴۳ cm	تاشکند	۳۱ cm
ادسا	۴۰ cm	ینیسئیسک	۳۹ cm
ایرکوتسک	۴۴ cm		

از نقاط نامبرده، مقدار نزولات در کوتائیسی حد اکثر است (۱۷۹ cm) و در استراخان حد اقل است (۱٤ cm) یعنی ۱۳ بار کمتر از کوتائیسی. اما در کرهٔ زمین نقاطی هست که بارندگی خیلی بیشتر از کوتائیسی را دارد. مثلا در هندوستان محلی وجود دارد که در آب باران غوطه ور میشود. مقدار سالانهٔ بارندگی در آنجا ۱۲۶۰ cm است یعنی $12\frac{1}{2}$ m ! روزی در آنجا در ظرف ۲٤ ساعت ۱۰۰ سانتیمتر آب بارید. برعکس، مناطقی وجود دارد که مقدار نزولات آنجا خیلی کمتر از استراخان است. مثلا در امریکای جنوبی در یکی از نواحی شیلی مقدار سالانهٔ نزولات به ۱ سانتی‌متر هم نمیرسد.

نواحی‌ای که مقدار سالانهٔ نزولات در آنجا کمتر از ۲۵ سانتی‌متر می‌باشد خشک نامیده میشود. غله‌کاری در آنجا بدون آبیاری امکان‌پذیر نیست.

کسی که ساکن هیچ یک از شهرهای فوق‌الذکر نیست خودش باید به اندازه‌گیری مقدار نزولات محل سکونتش بپردازد. اگر با حوصله طی یک سال آب باران یا تگرگ و یا برف را اندازه بگیرید میتوانید از مقامی را که شهرتان در میان سایر شهرهای اتحاد شوروی از لحاظ رطوبت دارد تصوری پیدا کنید.

واضح است که با اندازه‌گیری مقدار بارندگی در نقاط گوناگون کرهٔ زمین میتوان ارقامی را در یافت که نشان میدهد چه لایهٔ آبی بطور متوسط در تمام کرهٔ زمین مینشیند. معلوم میشود که در خشکی مقدار سالانهٔ متوسط نزولات ۷۸ سانتی‌متر است (در اقیانوس‌ها اینگونه مشاهدات انجام نمیشود). عقیده بر این است که مقدار بارندگی در اقیانوس مساوی است با مقدار بارندگی در قطعه خشکی با مساحت برابر. بآسانی میتوان مقدار آبی را حساب کرد که هر سال بصورت باران، تگرگ، برف و غیره بروی تمام سیارهٔ ما میبارد. اما برای این کار باید مساحت کرهٔ زمین را بدانیم. اگر منبعی برای دریافت این اطلاع در دسترس نباشد شما خودتان میتوانید آنرا از طریق زیر حساب کنید.

شما میدانید که یک متر تقریباً یک چهل میلیونیم پیرامون دایرهٔ کرهٔ زمین را تشکیل میدهد. بعبارت دیگر، پیرامون زمین برابر ۴۰۰۰۰۰۰۰ متر یا ۴۰۰۰۰ کیلومتر است. قطر هر دایره

تقریباً $3\frac{1}{7}$ بار کوچکتر از پیرامون آن است. با آگاهی از این نکته قطر سیاره‌مان را پیدا میکنیم:

$$40\,000 : 3\frac{1}{7} \approx 12\,700 \text{ km}$$

قاعدهٔ محاسبهٔ مساحت هر کره چنین است: قطر را باید در خودش و $3\frac{1}{7}$ ضرب نمود:

$$12\,700 \times 12\,700 \times 3\frac{1}{7} \approx 509\,000\,000 \text{ km}^2$$

(در این عدد پس از رقم سوم، ما صفرها را مینویسیم زیرا فقط سه رقم اول آن مطمئن است.)

بدینترتیب تمام مساحت کرهٔ زمین برابر ۵۰۹ میلیون کیلومتر مربع است.

حال به مسئله‌مان بر می‌گردیم. حساب می‌کنیم چقدر آب بروی هر کیلومتر مربع سطح زمین میبارد. بروی ۱ متر مربع یا ۱۰۰۰۰ سانتی‌متر مربع

$$78 \times 10\,000 = 780\,000 \text{ cm}^3$$

میبارد.

یک کیلومتر مربع برابر است با $1000 \times 1000 = 1\,000\,000 \text{ m}^2$ و بنا بر این بروی آن این مقدار آب میبارد:

$$780\,000 \text{ m}^3 \quad \text{یا} \quad 780\,000\,000\,000 \text{ cm}^3$$

و اما به روی تمام سطح زمین این قدر میبارد:

$$780\,000 \times 509\,000\,000 = 397\,000\,000\,000\,000 \text{ m}^3$$

برای تبدیل این مقدار متر مکعب به کیلومتر مکعب باید آنرا بر $1000 \times 1000 \times 1000$ یعنی بر یک میلیارد تقسیم نمود. عدد $397\,000 \text{ m}^3$ بدست می‌آید.

بدینترتیب، هرساله قریب ۴۰۰۰۰۰ کیلومتر مکعب آب از جو بروی سیاره‌مان میبارد.

در اینجا صحبتمان از هندسهٔ باران و برف را پایان میدهیم. برای تفصیل بیشتر در این موضوع میتوانید به کتبی در زمینهٔ هواشناسی مراجعه نمائید.

فصل یازدهم

ریاضیات و قصهٔ طوفان

۹۸. قصهٔ طوفان. در میان قصه‌های افسانه‌ای گردآوری شده در تورات قصه‌ای وجود دارد مبنی بر اینکه زمانی آب باران از مرتفع‌ترین کوه‌ها بالا رفت. چنانکه در تورات آمده، روزی خداوند از اینکه آدم را روی زمین خلق کرده بود پشیمان شد و گفت:

— آدمیان را که خلق کردم از روی زمین پاک میکنم: از آدم تا حیوان، خزندگان و پرندگان آسمانی، همه را نابود میکنم.

یگانه آدمی که خداوند میخواست در خلال این احوال باو رحم کند نوح درستکار بود. بنا بر این، خداوند هلاکت آیندهٔ دنیارا به وی خبر، و دستور داد کشتی جاداری بطول ۳۰۰ ارش و عرض ۵۰ ارش و ارتفاع ۳۰ ارش بسازد. کشتی سه طبقه داشت. با این کشتی علاوه بر خود نوح با خانواده‌اش و خانواده‌های فرزندان بالغش تمام انواع حیوانات خشکی نیز بایستی نجات می‌یافتند. خداوند به نوح دستور داد جفتی از هر نوع این حیوانات را با ذخیره آذوقه جهت آنها برای یک مدت طولانی همراه خود به کشتی بگیرد.

وسیله‌ای را که خداوند برای نیست و نابود کردن موجودات زندهٔ روی خشکی انتخاب کرد طغیان آب باران بود. آب بایستی همهٔ آدمیان و همهٔ انواع حیوانات خشکی را نابود کند. پس از آن، از نوح و حیوانات نجات یافته همراه وی میبایست نوع جدید بشر و دنیای جدید حیوانات بوجود آید.

بعد در تورات گفته میشود که هفت روز بعد آب طوفان به زمین آمد... طی ۴۰ روز و ۴۰ شب باران بارید. مقدار آب زیاد شد و کشتی نوح را بلند کرد و کشتی روی آب شناور شد... و آب روی زمین تا اندازه‌ای شد که هر چه کوه در زیر آسمان هست تا ۱۵ ارش از قلهٔ آن بالا رفت... هر موجود زنده که در روی

زمین بود نیست شد. فقط نوح با آنچه با او در کشتی بود ماند. تورات میگوید که آب ۱۱۰ شبانه‌روز دیگر در زمین ماند. سپس آب از بین رفت و نوح با تمام حیوانات نجات یافته‌اش کشتی را ترک کرد تا زمین خالی شده را از نو مسکون سازد.

در مورد این قصه دو سؤال مطرح میکنیم :

۱. آیا امکان داشت رگباری ببارد که تمام کرهٔ ارض را بالاتر از مرتفع‌ترین کوه‌ها بپوشاند؟

۲. آیا کشتی نوح همهٔ انواع حیوانات روی زمین را میتوانست در خود جا دهد؟

۹۹. آیا وقوع طوفان امکان داشت؟ هر دو سؤال بکمک ریاضیات جواب میپذیرد.

آب باران طوفان از کجا ممکن بود پیدا شود؟ بی‌شک، فقط از جو. و پس از طوفان آب به کجا رفت؟ آخر، یک اقیانوس جهانگیر از آب نمیتوانست به خاک جذب شود یا از سیارهٔ ما جای دیگر برود. تنها جائیکه تمام این آب میتوانست برود جو است یعنی آب طوفان راهی جز بخار شدن و صعود به پوشش جوی زمین نداشت. آن آب هنوز هم باید در آنجا باشد. چنین بر می‌آید که اگر تمام بخار آبی که اکنون در جو هست بصورت آب چکالیده شود و به زمین سرازیر گردد یک طوفان عالم‌گیر جدید رخ میدهد و آب از مرتفع‌ترین کوه‌ها بالا میرود. تحقیق بکنیم آیا واقعاً چنین است یا خیر.

با مراجعه به کتاب هواشناسی ببینیم در جو زمین چقدر رطوبت وجود دارد. ما اطلاع حاصل میکنیم که یک ستون هوائی متکی به یک متر مربع بطور متوسط شامل قریب ۱۶ کیلوگرم بخار آب است و ضمناً تحت هیچ شرایطی مقدار آن نمیتواند از ۲۵ کیلوگرم تجاوز نماید. حساب میکنیم اگر تمام این بخار بصورت باران بروی زمین می‌آمد چه ضخامتی از آب را تولید میکرد. حجم ۲۵ کیلوگرم یا ۲۵۰۰۰ گرم آب برابر با ۲۵۰۰۰ سانتی‌متر مکعب است. لایهٔ آب بمساحت ۱ متر مربع یا ۱۰۰ × ۱۰۰ یا ۱۰۰۰۰ سانتی‌متر مربع

همین حجم را میداشت. با تقسیم حجم بر مساحت قاعده، ضخامت آب بدست میاید:

۲۵۰۰۰ : ۱۰۰۰۰ = ۲,۵ cm

آب نمیتوانست بالاتر از ۲,۵ سانتی‌متر برسد زیرا بیش از این مقدار آب در جو وجود ندارد*. تازه هم آب تا این ارتفاع تنها در آنصورت میرسید که اگر آبه باران به زمین جذب نمیشد.

محاسبه‌ای را که انجام دادیم نشان میدهد ارتفاع آب طوفان در صورتیکه واقعاً رخ داده بود چقدر میشد — ۲,۵ سانتی‌متر. از این رقم تا رقم ۹ کیلومتر که ارتفاع بلندترین کوه اورست است فاصلهٔ زیادی وجود دارد. در مورد ارتفاع آب طوفان در تورات باندازهٔ ۳۶۰۰۰۰ بار غلو شده است!

بدینترتیب حتی اگر «طوفان» عالم‌گیری از باران رخ میداد در آنصورت نیز بآن نمیشد نام طوفان را داد زیرا چنین سست میبارید که در مدت ۴۰ شبانه‌روز بارش متوالی جمعاً ۲۵ میلی‌متر یا شبانه روزی کمتر از نیم میلی‌متر آب تولید میکرد. باران ریز پائیزی طی یک شبانه‌روز ۲۰ مرتبه بیشتر آب میدهد.

۱۰۰. آیا کشتی نوح امکان‌پذیر بود؟ حال به بررسی سؤال دوم میپردازیم که آیا در کشتی نوح جا به تمام انواع حیوانات روی زمین میرسید یا خیر؟

«مساحت مسکون» کشتی را حساب می‌کنیم. طبق گفتهٔ تورات، آن سه طبقه داشت. اندازهٔ هر یک ۳۰۰ ارش طول و ۵۰ ارش عرض بود. ارش نزد خلق‌های باستانی آسیا واحد طولی بود

---

* در بعضی جاهای کرهٔ زمین در یک دفعه بیش از ۲,۵ سانتی‌متر نزولات میبارد. این نزولات نه تنها از هوای محل بلکه از هوای مناطق مجاور که با باد میاید ناشی میشود. و اما بنا به گفتهٔ تورات، طوفان عالم‌گیر در آن واحد در تمام سطح کرهٔ ارض بوقوع پیوست و لذا یک محل نمیتوانست از محل‌های دیگر آب بگیرد.

مساوی با ۴۵ سانتی‌متر یا ۰,۴۵ متر. بنا بر این واحد، ابعاد هر طبقهٔ کشتی چنین بود:

طول: $۳۰۰ \times ۰,۴۵ = ۱۳۵\ m$

عرض: $۵۰ \times ۰,۴۵ = ۲۲,۵\ m$

مساحت کف: $۱۳۵ \times ۲۲,۵ \approx ۳۰۴۰\ m^2$

«مساحت مسکون» هر سه طبقه کشتی نوح، در نتیجه، برابر بود با:

$$۳۰۴۰ \times ۳ = ۹۱۲۰\ m^2$$

آیا اینقدر مساحت برای جا دادن لااقل همهٔ انواع حیوانات پستاندار کرهٔ زمین کافی است؟ تعداد انواع پستانداران خشکی قریب ۳۵۰۰ است. نوح بایستی نه تنها برای خود حیوانات بلکه هم‌چنین برای آذوقهٔ آنها طی ۱۵۰ شبانه‌روز طوفان جا در نظر بگیرد. درندگان علاوه براینکه برای خود جا لازم داشتند برای حیوانات طعمهٔ خود و برای آذوقهٔ آن حیوانات نیز احتیاج به فضای اضافی داشتند. اما در کشتی بطور متوسط به هر جفت حیوانات نجات شونده فقط

$$۹۱۲۰ : ۳۵۰۰ = ۲,۶\ m^2$$

جا میرسید.

واضح است که چنین میزان مساحت مسکونی اصلا کافی نیست، بویژه اگر این نکته را در نظر بگیریم که قسمتی از مساحت را خانوادهٔ نوح بخود اختصاص داده بود و اینکه، به علاوه، جای عبور بین قفس‌های حیوانان باید گذاشته میشد.

اما علاوه بر پستانداران، کشتی نوح باید برای انواع زیاد دیگر جانداران زمینی پناه‌گاه میشد که اگرچه بزرگ نبودند تعداد انواع آنها خیلی زیادتر بود. بطور مثال تعداد انواع آنها چنین است:

پرندگان	۱۳۰۰۰
خزندگان	۳۵۰۰
دوزیستان	۱۴۰۰

عنکبوتان	۱۹ ۰۰۰
حشرات	۳۶۰ ۰۰۰

چون برای پستانداران در کشتی نوح جا کم بود لذا به این حیوانات اصلا جا نمیرسید. برای جا دادن تمام انواع جانداران زمینی کشتی نوح باید چندین مرتبه بزرگتر میبود. در صورتیکه حتی با ابعادی که در تورات آمده، کشتی نوح خیلی بزرگ بود: بقول دریانوردان «آب خور» آن ۲۰ ۰۰۰ تن است. بعید بنظر میرسد که در آن ازمنهٔ دور وقتی که کشتی‌سازی هنوز دوران شیرخوارگی را میگذراند افراد بشر توانسته باشند کشتی‌ای باین بزرگی بسازند. با وجود این، برای هدفی که قصهٔ تورات در برابر کشتی نوح گذاشته بود اندازه‌اش کوچک بود. آخر، این کشتی بایستی باندازهٔ یک باغ وحش با ذخیرهٔ ۰ ماههٔ آذوقه میبود!

خلاصه اینکه قصهٔ تورات در بارهٔ طوفان جهانی بقدری با محاسبات سادهٔ ریاضی مغایرت دارد که حتی مشکل بتوان ذره‌ای حقیقت را در آن یافت. لابد یک سیل محلی دستاویزی برای آن شده باشد در صورتیکه بقیهٔ قصه زادهٔ قدرت تصور عظیم بشر است.

فصل دوازدهم

سی مسئلهٔ گوناگون

امیدوارم که آشنائی با کتاب حاضر برای خواننده بی اثر نبوده و علاوه بر اینکه موجب تفریح او گردیده فایده‌ای نیز به وی رسانده باشد بدین معنی که تیزهوشی و حاضرجوابی را در او ترقی داده و هنر تسلط بر دانش خود را باو آموخته باشد.

خواننده لابد حالا خودش بخواهد روی موضوعی تیزهوشی خودرا آزمایش نماید. برای همین منظور سی مسئلهٔ گوناگون، اینجا، در آخرین فصل کتاب گرد آوری شده است.

۱۰۱. زنجیر. ۵ قطعه زنجیر پاره شده هر یکی متشکل از سه حلقه را نزد آهنگر بردند و گفتند که آنها را بصورت یک زنجیر واحد وصل کنند.

آهنگر قبل از اینکه دست بکار شود بفکر افتاد که برای این منظور چند حلقه باید باز و سپس از نو بسته شود. او نتیجه گرفت که باید چهار حلقه باز و سپس بسته شود.

با وجود این، آیا نمیشود برای انجام این کار تعداد کمتری حلقه را باز و بسته نمود؟

۱۰۲. عنکبوت‌ها و سوسکها. پسری ۸ عدد عنکبوت و سوسک در قوطی جمع‌آوری کرد. اگر تعداد همهٔ پاهای داخل قوطی را بشماریم عدد ۵۴ بدست می‌آید.

شکل ۹۱. پنج پارهٔ زنجیر.

چند عنکبوت و چند سوسک در قوطی وجود دارند؟

۱۰۳. بارانی، کلاه و گالش. فردی بارانی، کلاه و گالش خرید و بابت تمام اینها ۲۰ روبل پرداخت. قیمت بارانی ۹ روبل از کلاه، و قیمت کلاه با بارانی با هم ۱۶ روبل بیشتر از قیمت گالش است. قیمت هر شیء چقدر است؟

مسئله را با حساب شفاهی، بدون معادلات حل نمائید.

۱۰۴. تخم مرغ و اردک. در چند سبد تخم مرغ و در چند سبد دیگر تخم اردک قرار دارد. تعداد تخم ۵، ۶، ۱۲، ۱۴، ۲۳ و ۲۹ است. فروشنده فکر میکند که «اگر من این سبد را بفروشم در آنصورت از تخم‌های باقی مانده تعداد تخم مرغ دو برابر تعداد تخم اردک میشود».

منظور فروشنده کدام سبد بود؟

۱۰۵. پرواز هواپیما. هواپیمائی فاصلهٔ بین شهر A و شهر B را در ظرف یک ساعت و ۲۰ دقیقه طی میکند. اما پرواز برگشت را در ۸۰ دقیقه انجام میدهد. این پدیده را چگونه توجیه میکنید؟

۱۰۶. هدیه‌های پولی. پدری ۱۵۰ روبل به پسرش، و پدر دیگر به پسر خود ۱۰۰ روبل هدیه کرد. ولی معلوم شد که هر دو پسر با هم سرمایه خود را فقط ۱۵۰ روبل افزایش دادند. علت این موضوع چیست؟

۱۰۷. دو مهرهٔ شطرنج. دو مهرهٔ دارای رنگ‌های مختلف را روی میز شطرنج بگذارید. تعداد ممکن موقعیت‌های گوناگون آنها روی میز چند است؟

۱۰۸. با دو رقم. چه کمترین عدد صحیح مثبتی را میتوانید با دو رقم بنویسید؟

۱۰۹. واحد. عدد ۱ را با استفاده از هر ده رقم بیان کنید.

۱۱۰. با ۵ رقم ۹. عدد ۱۰ را با ۵ رقم ۹ بیان نمائید. حد اقل دو شیوه پیشنهاد کنید.

۱۱۱. با ده رقم. عدد ۱۰۰ را با هر ده رقم بیان کنید. از چند طریق میتوانید این کار را بکنید؟ حد اقل چهار طریق وجود دارد.

۱۱۲. با چهار طریق. عدد ۱۰۰ را با ۵ رقم یکسان به چهار طریق بیان نمائید.

۱۱۳. با چهار واحد. چه بزرگترین عددی را میتوانید با چهار واحد بنویسید؟

۱۱۴. تقسیم مرموز. در نمونهٔ تقسیم که در زیر می‌آید بجای همه، ارقام، جز چهار رقم چهار، ستاره جایگزین شده است. ارقامی را که ستاره بجای آنها قرار دارد بنویسید.

```
 ******٤ | ***
-***       *٤**
 **٤*
-****
  ****
 -*٤*
   ****
  -****
```

این مسئله چند جواب مختلف دارد.

۱۱۵. یک مورد دیگر تقسیم. همان عمل را روی نمونهٔ دیگری که تنها هفت رقم ۷ در آن مرئی است انجام دهید:

```
 **٧******* | ****٧*
-******       **٧**
 *****٧*
-*******
   *٧****
  -*٧****
   *******
  -****٧**
     ******
    -******
```

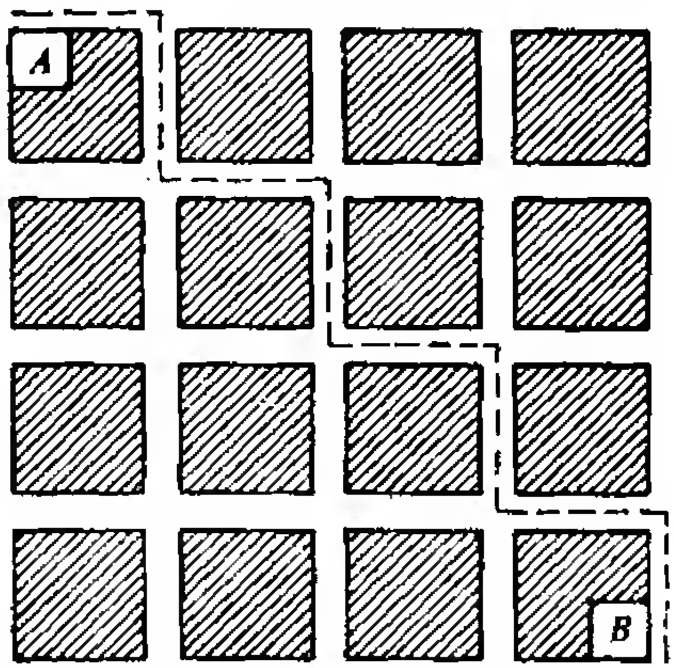
۱۱۶. چه چیز حاصل میشود؟ در ذهن برآورد کنید نواری که از تمام مربع‌های میلی‌متری یک متر مربع تشکیل گردد بنحوی که کیپ در کیپ یکدیگر قرار بگیرند چه طولی را دارد؟

۱۱۷. مسئله‌ای از همان نوع. در ذهن برآورد کنید ستونی که از تمام مکعب‌های میلی‌متری یک متر مکعب تشکیل گردد بنحوی که یکی روی دیگری قرار بگیرند تا چه ارتفاعی میرسد.

۱۱۸. هواپیما. از هواپیمائی که فاصلهٔ بین دو انتهای بال‌هایش ۱۲ متر است در حال پرواز در لحظه‌ای که درست بر فراز دوربین میگذشت عکس بر داشته شد. فاصلهٔ عمقی دوربین ۱۲ سانتی‌متر، و اندازهٔ تصویر ۸ میلی‌متر است.
در لحظهٔ عکس برداری، هواپیما در چه ارتفاعی پرواز میکرد؟

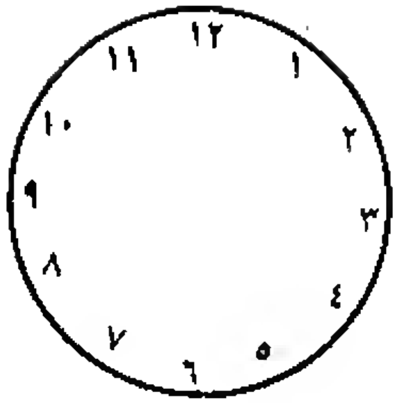
۱۱۹. یک میلیون فرآورده. یک فرآورده ۸۹٫۴ گرم وزن دارد. در ذهن برآورد کنید یک میلیون از این فرآورده‌ها چند تن وزن دارد.

۱۲۰. تعداد راه‌ها. در شکل ۹۲ قطعه جنگلی را میبینید که



شکل ۹۲. پارک بریده شده بوسیلهٔ جاده‌ها.

بوسیلهٔ راه‌هائی به مربعات تقسیم شده است. با خطچین راهی از نقطهٔ A به نقطهٔ B نشان داده شده است. البته این یگانه راه بین نقاط مذکور نیست. چند راه گوناگون بطول مساوی را میتوانید شمارش کنید؟

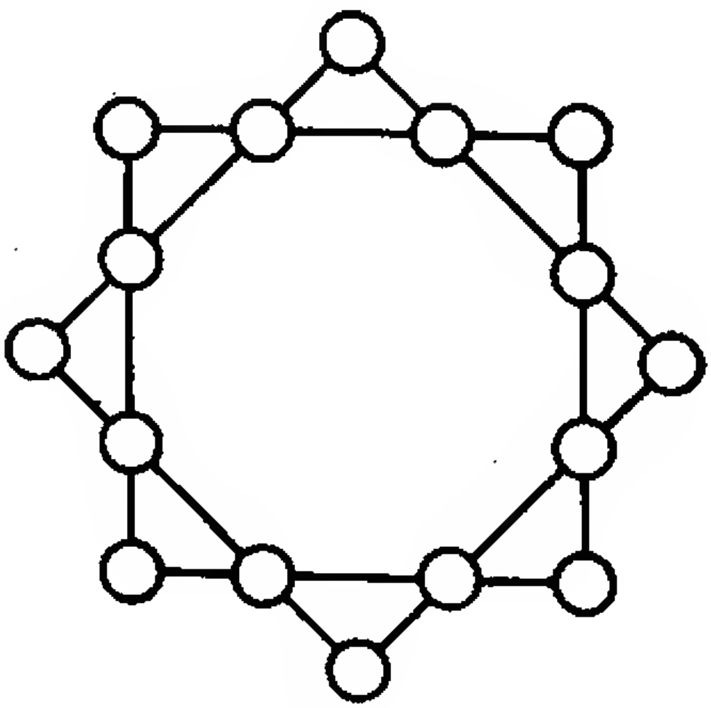


شکل ۹۳. این صفحهٔ ساعت را باید به ٦ قسمت کرد.

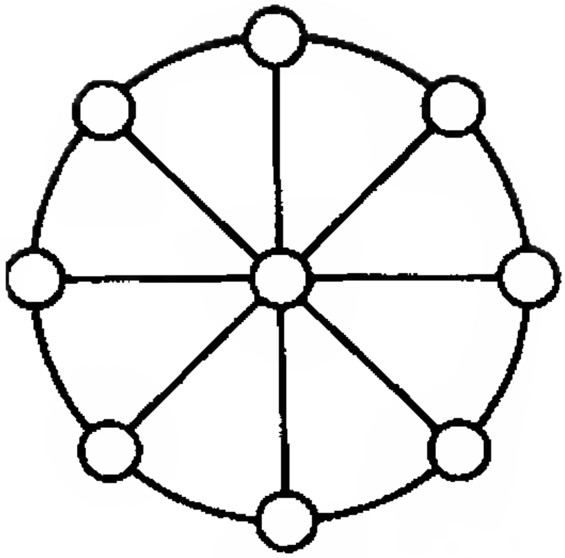
۱۲۱. صفحهٔ ساعت. این صفحهٔ ساعت را (شکل ۹۳) باید بگونهٔ دلخواهی به ٦ قسمت کرد بطوریکه حاصل‌جمع اعداد هر قسمت یکی باشد.

هدف مسئله نه آزمایش حاضرجوابی شما بلکه آزمایش سرعت انتقال شماست.

۱۲۲. ستارهٔ هشت‌پر. ارقام ۱ الی ۱٦ را در نقاط تلاقی خطوط شکل رسم شده در شکل ۹٤ قرار دهید بنحویکه در هر مربع حاصل‌جمع اعداد هر ضلع ۳٤ باشد و حاصل‌جمع اعداد واقع در رئوس هر مربع نیز ۳٤ باشد.



شکل ۹٤. ستارهٔ ۸ پر.

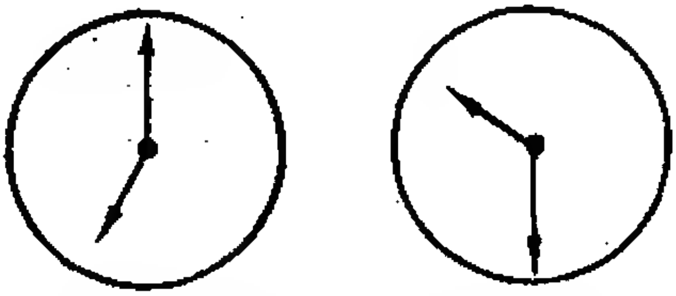


شکل ۹۵. چرخ عددی.

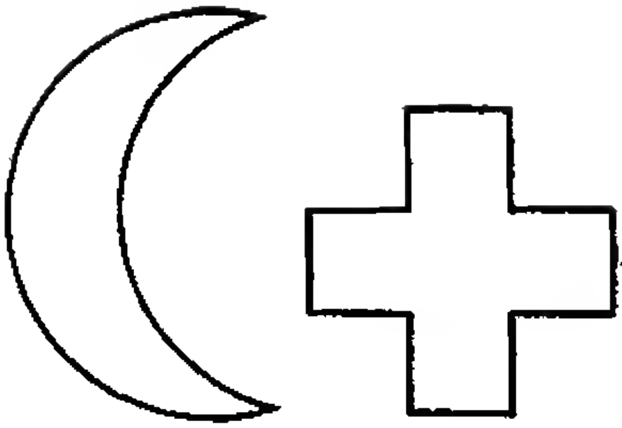
۱۲۳. چرخ عددی. ارقام ۱ الی ۹ را در شکل واقع در شکل ۹۵ بنحوی قرار دهید که یک رقم در مرکز دایره، و بقیه در دو سر هر قطر واقع باشند و حاصل‌جمع سه رقم هر ردیف ۱۵ باشد.

۱۲۴. میز سه‌پا. عقیده‌ای وجود دارد که میز سه‌پا هیچوقت تکان نمی‌خورد ولو پاهای آن طول نابرابر داشته باشند. آیا این درست است؟

۱۲۵. چه زوایائی؟ عقربه‌های ساعت شکل ۹۶ چه زوایائی را با هم تشکیل میدهند؟ جواب را باید حدس بزنید بدون اینکه از نقاله استفاده نمائید.



شکل ۹۶. اندازهٔ زاویه‌های بین عقربه‌ها چقدر است؟

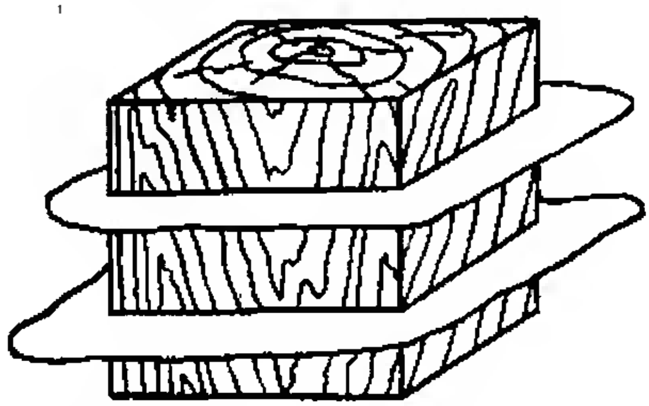


شکل ۹۷. چگونه میتوان هلال را به صلیب «مبدل کرد».

۱۲۶. در طول خط استوا. اگر میتوانستیم در طول خط استوا دور جهان برویم سرمان راه طویلتری از راه کف پاهایمان را می‌پیمود. اختلاف این دو راه چقدر است؟

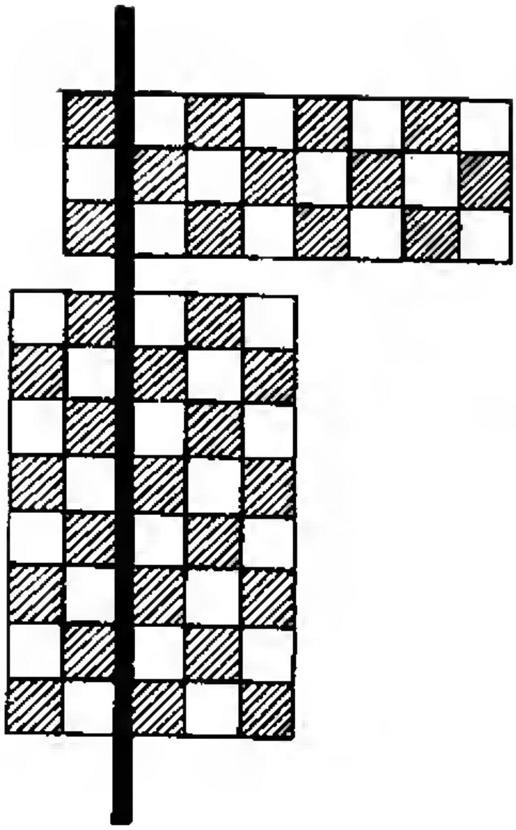
۱۲۷. در شش ردیف. شاید شما حکایت شوخی‌آمیزی را مبنی براینکه ۹ سر اسب را در ده آخر قرار دادند و در هر آخر یک اسب قرار گرفت، بلد باشید. مسئله‌ای که در زیر پیشنهاد میشود ظاهراً شبیه این شوخی معروف است ولی جواب آن سوهوسی نبوده بلکه یک جواب واقعی است. مسئله از این قرار است: ۲٤ نفر را در ٦ ردیف طوری صف‌آرائی کنید که هر ردیف شامل ۵ نفر باشد.

۱۲۸. صلیب و هلال. در شکل ۹۷ شکل هلالی از دو کمان دایره رسم شده است. بشکل صلیب سرخ را رسم کنید بطوریکه مساحت آن از نظر هندسی دقیقاً برابر مساحت هلال باشد.



شکل ۹۸. باید دو صفحه موازی یک وجه عبور داد...

۱۲۹. برش مکعب. مکعبی را با یال برابر با ۳ سانتی‌متر دارید. حجم آن برابر ۲۷ سانتی‌متر مکعب است. آنرا میتوان به ۲۷ مکعب دارای یال ۱ سانتی‌متری برید. این کار را بآسانی میتوان بکمک ۶ صفحه انجام داد: دو صفحه باید موازی با یک وجه، دو تای دیگر موازی با وجه دیگر و باز هم دو تا موازی با وجه سوم عبور داده شود. ولی در نظرتان مجسم کنید که مجازید بعد از هر برش قسمتها را در فضاء جابجا کنید: بعد از بریدن یک قسمت شما میتوانید آنرا بگونه‌ای روی قسمتهای دیگر بگذارید که صفحهٔ قاطع بعدی همه را با هم ببرد. آیا میتوانید با استفاده از این امکان اضافی از تعداد صفحات قاطع که مکعب را به ۲۷ مکعب کوچک میبرند بکاهید؟



شکل ۹۹. قسمتهائی‌را که بوجود آمده است قبل از برش بعدی میتوان جابجا کرد.

۱۳۰. یک برش دیگر. این مسئله مانند مسئله قبلی است منتها بگونه‌ای دیگر. صفحهٔ شطرنج معمولی را که از ۶۴ خانه (۸ × ۸) تشکیل شده است به مربعات جداگانه ببرید. ضمناً برش فقط در طول خطوط مستقیم مجاز است. اما بعد از هر برش میتوانید قسمتهای جدا شده را جابجا کنید تا برش مستقیم‌الخط بعدی بتواند بجای یک قسمت چند قسمت را ببرد. چند برش مستقیم‌الخط لازم است تا تمام صفحه را به خانه‌های مربع تقسیم نمائید؟

۱۰۱. کار مطلوب را میتوان از طریق باز نمودن تنها سه حلقه انجام داد. برای این منظور باید حلقه‌های یک قطعه را باز نمود و بوسیلهٔ آنها سر چهار قطعهٔ دیگر را بهم وصل کرد.

۱۰۲. برای حل این مسئله قبل از هر چیز این نکته‌ها را از تاریخ طبیعی بیاد بیاوریم که سوسک ۶ پا، و عنکبوت ۸ پا دارد.
با آگاهی از این موضوع، فرض میکنیم که در قوطی فقط سوسک‌ها بتعداد ۸ عدد وجود داشته باشند. در اینصورت تعداد پاها ۴۸=۸×۶ یا ۶ پا کمتر از شرط مسئله می‌بود. اکنون بجای یک سوسک یک عنکبوت جایگزین میکنیم. در نتیجه، بتعداد پاها ۲ پا افزوده میشود زیرا عنکبوت بجای ۶ پا ۸ پا دارد.
واضح است که اگر سه دفعه این جایگزینی را انجام دهیم تعداد کل پاها در قوطی را به عدد مطلوب ۵۴ میرسانیم. در آنصورت از تعداد ۸ سوسک فقط ۵ سوسک میمانند و بقیه عنکبوت خواهند بود.
بدینترتیب در قوطی ۵ سوسک و ۳ عنکبوت وجود داشتند.
تحقیق میکنیم: ۵ سوسک ۳۰ پا، ۳ عنکبوت ۲۴ پا، و جمعاً ۵۴ = ۲۴ + ۳۰ پا دارند و این، شرط مسئله است.
مسئله را از طریق دیگری نیز میشود حل کرد و آن اینکه میتوان فرض نمود که در جعبه فقط عنکبوت‌ها بتعداد ۸ عدد موجود بودند. در اینصورت تعداد کل پاها ۶۴=۸×۸ یا ۱۰ پا زیادتر از شرط مسئله میبود. با تعویض یک عنکبوت با یک سوسک ما تعداد پاها را باندازهٔ ۲ پا کم میکنیم. باید ۵ دفعه اینگونه تعویض را انجام داد تا تعداد پاها به تعداد مطلوب ۵۴ برسد. بعبارت دیگر، از ۸ عنکبوت باید تنها سه عنکبوت بمانند و بقیه با سوسکها تعویض گردند.

۱۰۳. هرگاه بجای بارانی، کلاه و گالش تنها دو جفت گالش خریداری شده بود آنگاه بجای ۲۰ روبل مبلغی باندازهٔ اختلاف قیمت

گالش از یک طرف و بارانی با کلاه از طرف دیگر کمتر یعنی باندازهٔ ۱۶ روبل کمتر پرداخت می‌شد. بنا بر این، ما پی میبریم که قیمت دو جفت گالش ۴ = ۱۶ − ۲۰ روبل، و از اینجا قیمت یک جفت ۲ روبل است.

حالا معلوم شد که قیمت بارانی و کلاه با هم ۱۸ = ۲ − ۲۰ روبل است، ضمناً بارانی ۹ روبل از کلاه گرانتر است. مانند قبل استدلال می‌کنیم: بجای بارانی با کلاه، دو کلاه بخریم. آنگاه بجای ۱۸ روبل، ۹ روبل کمتر میپردازیم. بنا بر این، قیمت دو کلاه ۹ = ۹ − ۱۸ روبل، و از اینجا قیمت یک کلاه ۴ روبل و ۵۰ کوپک است.

بدینترتیب قیمت اشیاء از این قرار است: گالش — ۲ روبل، کلاه — ۴ روبل و ۵۰ کوپک، بارانی — ۱۳ روبل و ۵۰ کوپک.

۱۰۴. منظور فروشنده سبد محتوی ۲۹ عدد تخم بود. تخم مرغ ها در سبدهای شمارهٔ ۲۳، ۱۲ و ۵، تخم اردک‌ها در سبدهای شمارهٔ ۱۴ و ۶ قرار داشت.

تحقیق میکنیم. تعداد کل تخم مرغ های باقی‌مانده

۴۰ = ۵ + ۱۲ + ۲۳

و تعداد تخم اردک‌ها

۲۰ = ۶ + ۱۴

بود.

تعداد تخم مرغ ها از تخم اردک‌ها دو برابر بیشتر است و این امر شرط مسئله را بر آورده می‌کند.

۱۰۵. این مسئله توضیح نمیخواهد: مدت پرواز هواپیما در هر دو سو یکی بوده و برابر ۸۰ دقیقه یا ۱ ساعت و ۲۰ دقیقه است.

این مسئله برای خوانندگان کم‌توجهی در نظر گرفته شده که ممکن است بنظرشان برسد که بین ۱ ساعت و ۲۰ دقیقه، و ۸۰ دقیقه تفاوتی وجود داشته باشد. بر خلاف گمان عمومی، عدهٔ اشخاصی

که فریب این مسئله را میخورند زیاد است و ضمناً عدهٔ آنان در میان اشخاص عادت کرده به محاسبات زیادتر است تا در میان اشخاص کم‌تجربه در زمینهٔ محاسبات. علت این فریب‌خوردگی در عادت به دستگاه اعشاری مقیاس‌ها و واحدهای پولی نهفته است. با دیدن علامت «۱ ساعت و ۲۰ دقیقه» در جانب «۸۰ دقیقه» ما بی اختیار اختلاف این دو را مانند اختلاف ۱ روبل و ۲۰ کوپک، و ۸۰ کوپک ارزیابی میکنیم. در این مسئله همین عامل روانی در نظر گرفته شده است.

۱۰۶. کلید حل این معمی در آن است که یکی از پدران با دیگری نسبت پسری داشت. عدهٔ اشخاص نه چهار بلکه سه تن بودند: پدربزرگ، پدر و نوه. پدربزرگ به پدر (یعنی پسر خود) ۱۵۰ روبل داد و او ۱۰۰ روبل از این مبلغ را به نوه (یعنی به پسر خود) داد و بنا بر این، به سرمایهٔ او فقط ۵۰ روبل اضافه گردید.

۱۰۷. مهرهٔ اول را میتوان در خانهٔ دلخواهی از ۶۴ خانهٔ صفحه یعنی به ۶۴ طریق مختلف قرار داد. بعد از گذاشتن مهرهٔ اول، مهرهٔ دوم را میتوان به خانه‌ای از ۶۳ خانهٔ باقی‌مانده گذاشت. بنا بر این، با هر یکی از ۶۴ موقعیت مهرهٔ اول میتوان ۶۳ موقعیت مهرهٔ دوم را ترکیب کرد. از اینجا تعداد کل موقعیتهای گوناگون دو مهره روی صفحه چنین است:

$$۶۴ \times ۶۳ = ۴۰۳۲$$

۱۰۸. کوچکترین عدد صحیحی را که با دو رقم میتوان نوشت برخلاف عقیدهٔ عده‌ای از خوانندگان ۱۰ نیست بلکه واحدی است که اینطور بیان شده باشد:

$$^{۱}/_{۱},\ ^{۲}/_{۲},\ ^{۳}/_{۳},\ ^{۴}/_{۴}, \ldots,\ ^{۹}/_{۹}$$

اشخاص آشنا به جبر تعدادی عبارت‌های دیگر را نیز به این عبارات اضافه مینمایند:

$$۱^{۰}, ۲^{۰}, ۳^{۰}, ۴^{۰}, \ldots, ۹^{۰}$$

زیرا هر عدد در توان صفر برابر یک است*.

۱۰۹. واحد را باید بصورت حاصل‌جمع دو کسر در آورد:

$$\frac{۱۴۸}{۲۹۶}+\frac{۳۵}{۷۰}=۱$$

اشخاص وارد به جبر میتوانند جواب‌های دیگری را نیز بدهند:

$$۱۲۳۴۵۶۷۸۹^{۰};\quad ۲۳۴۵۶۷^{۹-۸-۱}$$

و غیره زیرا عدد در توان صفر مساوی یک است.

۱۱۰. این دو طریقه چنین است:

$$۹\frac{۹۹}{۹۹}=۱۰;\quad \frac{۹۹}{۹}-\frac{۹}{۹}=۱۰$$

اشخاص وارد به جبر میتوانند چند جواب دیگر را نیز اضافه نمایند، مثلا:

$$\left(۹\frac{۹}{۹}\right)^{\frac{۹}{۹}}=۱۰;\quad ۹+۹۹^{۹-۹}=۱۰$$

۱۱۱. این چهار جواب چنین است:

$$۷۰+۲۴\frac{۹}{۱۸}+۵\frac{۳}{۶}=۱۰۰;\quad ۸۰\frac{۲۷}{۵۴}+۱۹\frac{۳}{۶}=۱۰۰;$$

$$۸۷+۹\frac{۴}{۵}+۳\frac{۱۲}{۶۰}=۱۰۰;\quad ۵۰\frac{۱}{۲}+۴۹\frac{۳۸}{۷۶}=۱۰۰$$

۱۱۲. عدد ۱۰۰ را با ۵ رقم یکسان با کاربرد ارقام یک، سه و، ساده‌تر از همه، پنج میتوان بیان نمود:

$$۱۱۱-۱۱=۱۰۰;\quad ۳۳\times۳+\frac{۳}{۳}=۱۰۰;$$

---

* لکن جواب $\frac{۰}{۰}$ و یا $۰^{۰}$ درست نیست زیرا اصلا فاقد مفهوم میباشد.

٥ × ٥ × ٥ − ٥ × ٥ = ١٠٠;   (٥ + ٥ + ٥ + ٥) × ٥ = ١٠٠

۱۱۳. به سوال مسئله اغلب جواب میدهند: ۱۱۱۱. اما عددی بمراتب بزرگتر را هم میتوان نوشت: $۱۱^{۱۱}$. اگر حوصلهٔ آن را داشته باشید که محاسبه را تا آخر انجام دهید (با استفاده از لگاریتم، چنین محاسباتی را میتوان خیلی زودتر انجام داد) یقین حاصل میکنید که این عدد از ۲۸۰ میلیارد بزرگتر است و بنا بر این ۲۵۰ میلیون برابر عدد ۱۱۱۱ میباشد.

۱۱٤. مثال داده شدهٔ تقسیم جوابگوی چهار حالت زیر است:

١ ٣٣٧ ١٧٤ : ٩٤٣ = ١٤١٨;   ١ ٣٤٣ ٧٨٤ : ٩٤٩ = ١٤١٦;

١ ٢٠٠ ٤٧٤ : ٨٤٦ = ١٤١٩;   ١ ٢٠٢ ٤٦٤ : ٨٤٨ = ١٤١٨

۱۱۵. این مثال جوابگوی تنها یک حالت تقسیم است:

٧ ٣٧٥ ٤٢٨ ٤١٣ : ١٢٥ ٤٧٣ = ٥٨ ٧٨١

هر دو مسئلهٔ اخیر که چندان آسان نیست برای اولین بار در نشریات امریکائی «روزنامهٔ ریاضی» در سال ۱۹۲۰ و «دنیای مدارس» در سال ۱۹۰٦ انتشار یافت.

۱۱٦. در یک متر مربع هزار تا هزار میلی‌متر مربع است. هر هزار مربع میلی‌متری وقتیکه پهلوی هم قرار بگیرند یک متر را تشکیل میدهند. هزار تا هزار آنها ۱۰۰۰ متر یا ۱ کیلومتر را تشکیل میدهد یعنی نواری بطول یک کیلومتر تمام حاصل میشود.

۱۱۷. جواب غیرمنتظره است: ارتفاع ستون به ۱۰۰۰ کیلومتر میرسد!

در ذهن یک محاسبه انجام میدهیم. یک متر مکعب، شامل هزار × هزار × هزار میلی‌متر مکعب است. هر هزار عدد مکعب‌های میلی‌متری وقتیکه روی هم قرار بگیرند تشکیل ستون ۱۰۰۰

متری یا یک کیلومتری را میدهند. از آنجا که تعداد مکعبهای ما هزار بار زیادتر است هزار کیلومتر حاصل میشود.

۱۱۸. از شکل ۱۰۰ دیده میشود که (بر اثر تساوی زوایای ۱ و ۲) نسبت ابعاد خطی شیء به ابعاد متناظر تصویر با نسبت فاصلهٔ شیء تا شیئی (ابژکتیف) به عمق دوربین یکی است. در حالت مورد نظر، ارتفاع پرواز هواپیما بالای زمین را به x نمایش میدهیم و تناسب زیر را بدست میآوریم:

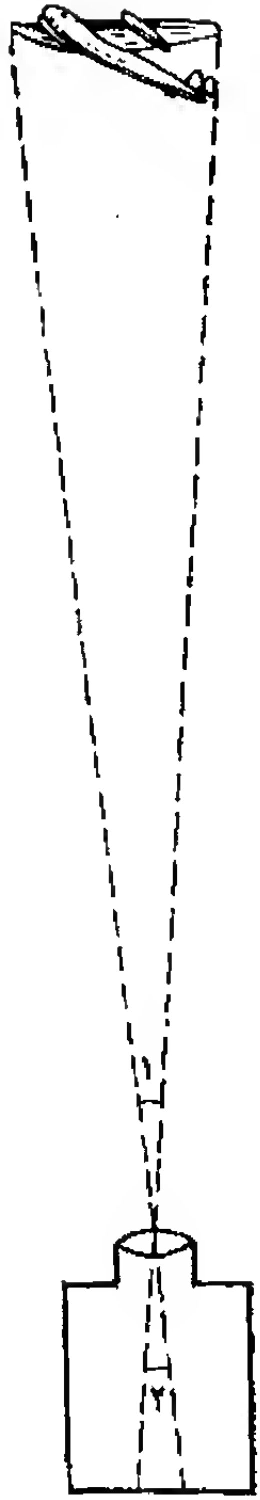
$$۱۲۰۰۰/۸ = x/۰,۱۲$$

و از اینجا $x = ۱۸۰ \text{ m}$.

۱۱۹. باید ۸۹,۴g را در یک میلیون یا هزار تا هزار ضرب نمود. عمل ضرب را در دو مرحله انجام میدهیم: ۸۹,۴ g×۱۰۰۰=۸۹,۴ kg زیرا کیلوگرم هزار برابر گرم است. سپس ۸۹,۴kg×۱۰۰۰=۸۹,۴t زیرا تن هزار برابر کیلوگرم است.

بدینترتیب، وزن مطلوب ۸۹,۴ تن است.

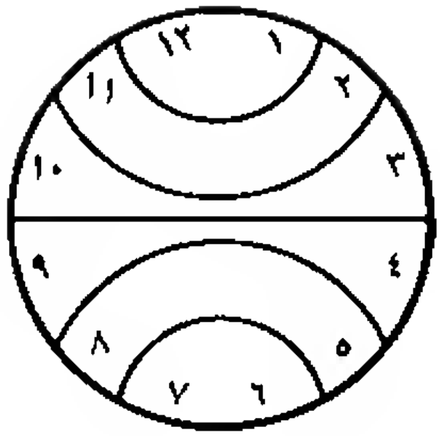
۱۲۰. تعداد کل راهها از A تا B بالغ بر ۷۰ است. (اصول حل این مسئله بر نظریهٔ اتصالات مبتنی است که در دورههای درسی جبر بررسی میشود.)



شکل ۱۰۰

۱۲۱. چون حاصلجمع تمام اعداد صفحه برابر ۷۸ است لذا حاصلجمع اعداد هر بخش باید برابر ۷۸/۶ یا ۱۳ باشد. این ملاحظه بما کمک میکند جواب را که در شکل ۱۰۱ نمایش داده شده است بیابیم.

۱۲۲ — ۱۲۳. جواب‌ها در شکل‌های ۱۰۲ و ۱۰۳ نشان داده شده است.

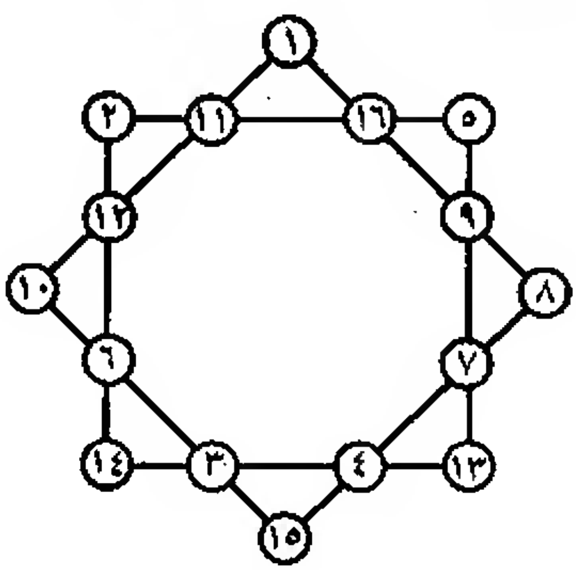


شکل ۱۰۱

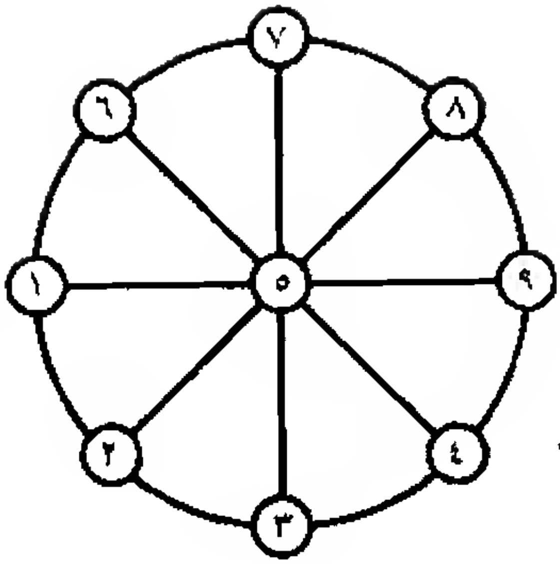
۱۲٤. میز سه‌پا همیشه میتواند با نوک هر سه پای خود به کف تماس داشته باشد زیرا از هر سه نقطهٔ فضاء یک و تنها یک صفحه میتواند عبور کند. این هم علت تکان نخوردن میز سه‌پا میباشد. چنانکه میبینید این علت نه فیزیکی بلکه صرفاً هندسی است.

بهمین لحاظ میتوان براحتی از سه‌پایه برای ابزارهای مساحی و دوربین‌های عکاسی استفاده نمود. پای چهارم به پایداری پایه نمی‌افزود بلکه بر عکس، هر دفعه مجبور می‌شدیم مواظب آن باشیم که پایه تکان نخورد.

۱۲٥. جواب سؤال مسئله آسان است اگر در یابیم عقربه‌ها چه ساعتی را نشان میدهد. عقربه‌ها در دایرهٔ سمت چپ (شکل ۹٦) بوضوح ساعت ۷ را نشان میدهد. این میرساند که کمان میان سر این عقربه‌ها $^{5}/_{12}$ دایرهٔ کامل را تشکیل میدهد.



شکل ۱۰۲



شکل ۱۰۲

این مقدار بر حسب درجه عبارتست از

$$۳۶۰^\circ \times ۵/_{۱۲} = ۱۵۰^\circ$$

در دایرهٔ سمت راست، عقربه‌ها، چنانکه بآسانی میتوان در یافت، ساعت ۹ و ۳۰ دقیقه را نشان میدهد. کمان میان نوک عقربه‌ها $۳^{۱}/_{۲}$ قسمت دوازدهم دایرهٔ کامل یا $^{۷}/_{۲۴}$ آنرا در بر دارد.
بر حسب درجه، این مقدار چنین است:

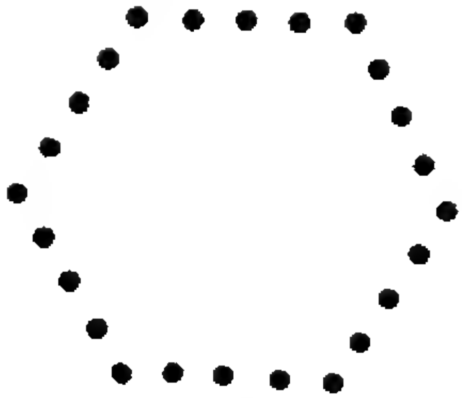
$$۳۶۰^\circ \times \frac{۷}{۲۴} = ۱۰۵^\circ$$

۱۲۶. قد انسان را برابر ۱۷۵ cm میپذیریم و شعاع زمین را به R نمایش داده، داریم:

$$۲ \times ۳,۱۴ \times (R + ۱۷۵) - ۲ \times ۳,۱۴ \times R =$$
$$= ۲ \times ۳,۱۴ \times ۱۷۵ = ۱۱۰۰ \text{ cm}$$

یعنی نزدیک ۱۱ m. شگفت آنست که نتیجه اصلا به شعاع کره بستگی ندارد و بنا بر این چه در خورشید غول‌پیکر و چه در کرهٔ کوچک یکی است.

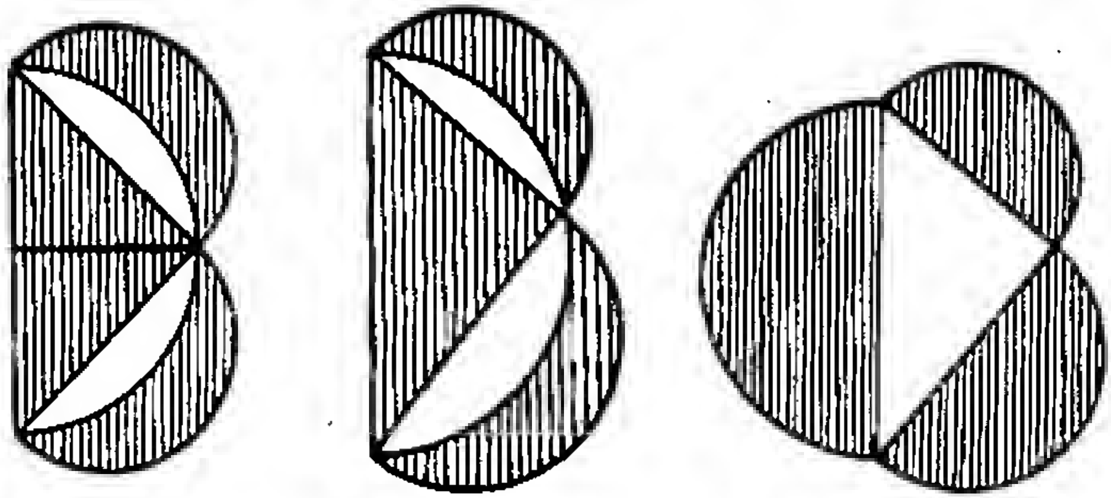
۱۲۷. شرط مسئله بسهولت برآورده میشود هرگاه افراد را بشکل شش‌ضلعی مانند شکل ۱۰٤ صف آرائی کنیم.



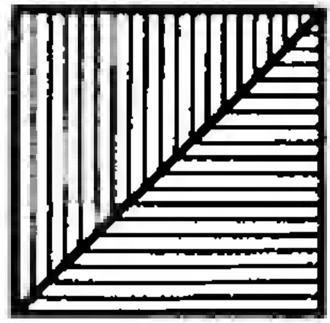
شکل ۱۰٤

۱۲۸. خوانندگانی که از قابل حل نبودن مسئلهٔ تربیع دایره شنیده‌اند شاید مسئلهٔ پیشنهادی را نیز غیر قابل حل از نظر صرفاً هندسی پندارند. از آنجا که دایرهٔ کامل را نمیشود به مربع معادل تبدیل نمود این عقیده رایج است که هلالی تشکیل شده از دو کمان دایره را نیز نتوان به شکل مستقیم‌الخطی تبدیل کرد.

و اما بدون قید و شرط مسئله را میتوان از طریق ترسیم هندسی حل نمود اگر به یک نتیجهٔ جالب قضیهٔ مشهور فیثاغورث متوسل شویم. نتیجه‌ای را که در نظر دارم حاکی است که مجموع مساحتهای نیم دایره‌های متکی بر اضلاع متعامده، برابر است با نیم‌دایرهٔ متکی بر وتر (شکل ۱۰۵). نیم دایرهٔ بزرگ را بطرف دیگر در حول قطرش دوران میدهیم (شکل ۱۰٦) و می‌بینیم که هر دو هلال هاشوری



شکل ۱۰۷ شکل ۱۰٦ شکل ۱۰۵



شکل ۱۰۸

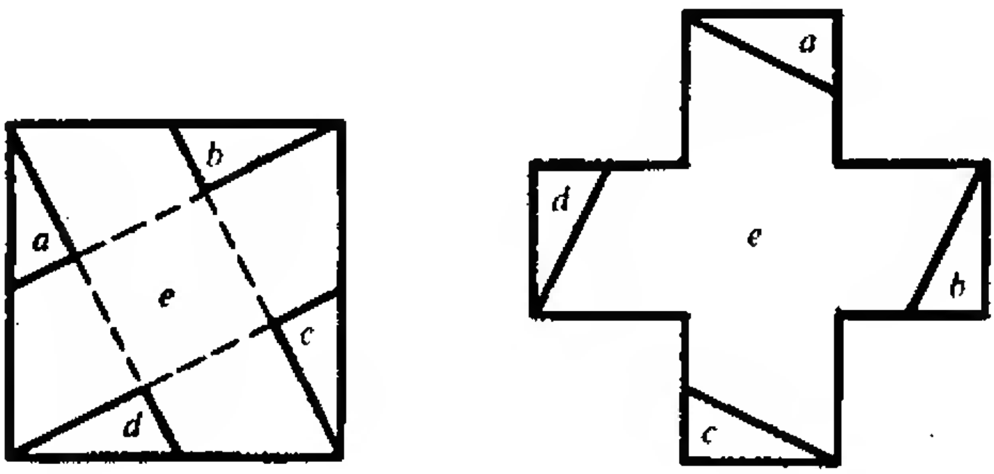
شده با هم معادل مثلث است*. اگر با مثلث متساوی الساقین سر و کار داشته باشیم در آنصورت هر هلال بطور علیحده معادل نصفی از این مثلث خواهد بود (شکل ۱۰۷).

از اینجا نتیجه میشود که میتوان دقیقاً از نظر هندسی مثلث قائم‌الزاویهٔ متساوی الساقینی رسم نمود که مساحت آن برابر مساحت داس باشد.

و از آنجا که مثلث قائم‌الزاویهٔ متساوی‌الساقین به مربع معادل قابل تبدیل است (شکل ۱۰۸) لذا داس ما را نیز از طریق ترسیم صرفاً هندسی میتوان با مربع معادل تعویض نمود.

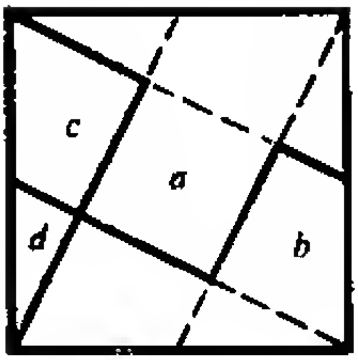
تنها عملی که میماند تبدیل این مربع به شکل صلیب سرخ معادل است (که از قرار معلوم از پنج مربع مساوی بهم چسبیده تشکیل شده است).

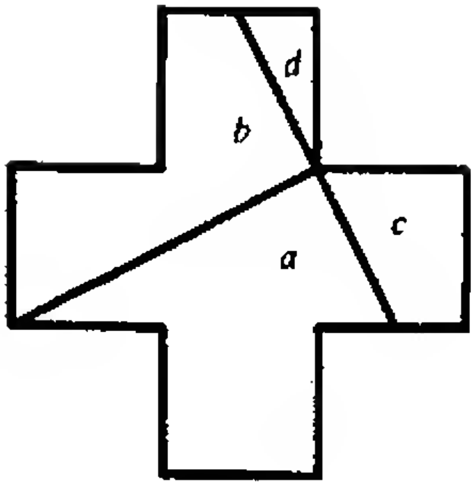
برای انجام این ترسیم چند طریقه وجود دارد. دو طریقه در شکل‌های ۱۰۹ و ۱۱۰ نشان داده شده است. هر دو طریقه با وصل رئوس مربع به وسط اضلاع مقابل آغاز میگردد.



شکل ۱۰۹

* این گزاره در هندسه تحت عنوان «قضیهٔ هلال‌های هیپوکراتس» معروف است.

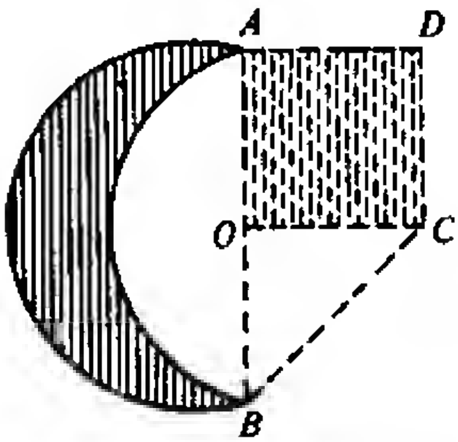




شکل ۱۱۰

این نکتهٔ مهم ناگفته نماند که فقط چنان شکل داسی قابل تبدیل به صلیب معادل میباشد که از دو کمان دایره تشکیل شده باشد: نیم دایرهٔ خارجی و ربع دایرهٔ داخلی بشعاع بزرگتر*.

پس، جریان ترسیم صلیب معادل داس از قرار زیر است. دو سر A و B داس (شکل ۱۱۱) را با خط راست بهم وصل میکنند. از وسط O این خط راست، عمودی اخراج نموده و $OC = OA$ را جدا میکنند. مثلث متساوی الساقین OAC را تا مربع $OADC$ تکمیل نموده و آنرا به یکی از طریقه‌های مشروح در شکل‌های ۱۰۹ و ۱۱۰ تبدیل به صلیب میتمایند.

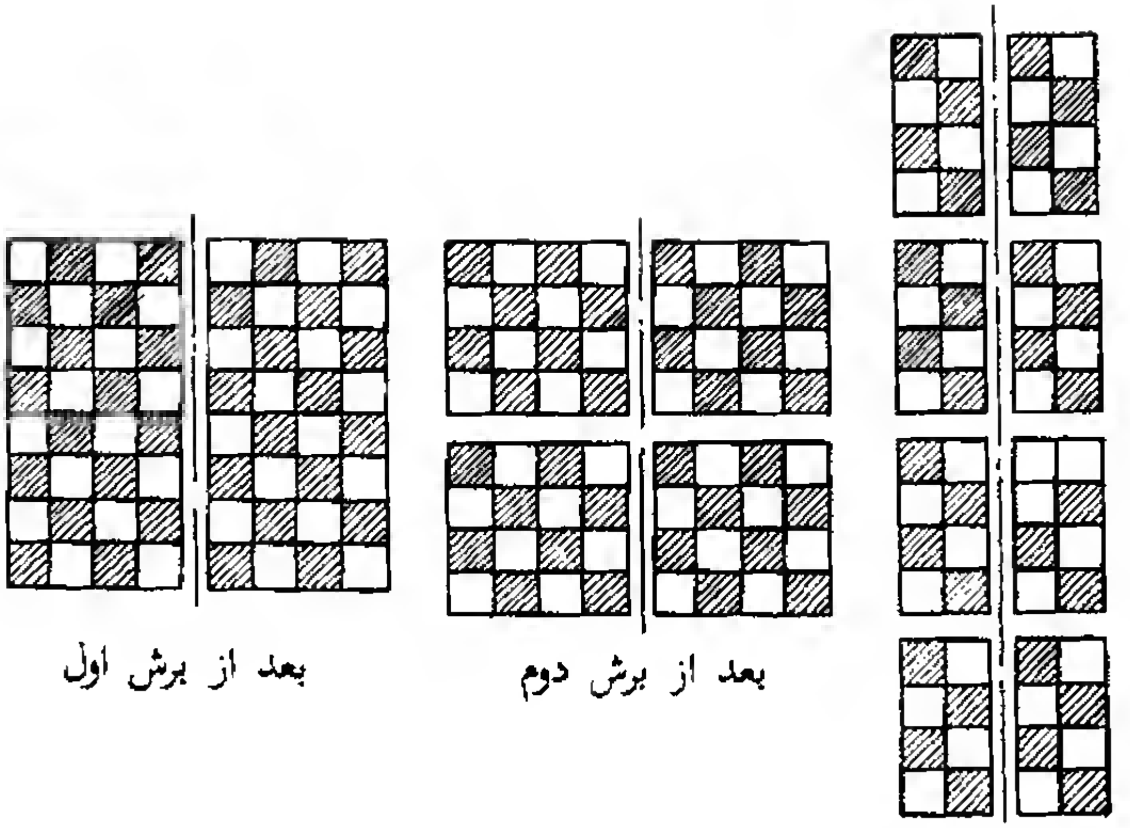


شکل ۱۱۱

۱۲۹. اسکان اضافی مذکور مسئله را آسان نمیکنند زیرا در هر صورت شش صفحهٔ برنده لازم است. در واقع، مکعب داخلی از میان آن ۲۷ مکعبی که بایستی از مکعب بزرگ بریده شوند دارای شش وجه

---

* شکل داس ماه که در آسمان دیده میشود کمی فرق دارد: کمان خارجی آن نیم دایره، و کمان داخلی آن نیم‌بیضی است. و اما نقاشان اغلب داس ماه را نادرست بصورت دو کمان دایره رسم میکنند.



شکل ۱۱۲

است و هیچ صفحهٔ برنده‌ای نمیتواند در آن واحد دو وجه این مکعب‌داخلی را باز کند هر قدر هم قسمتها را جابجا کنیم.

۱۳۰. اول ببینیم تعداد حد اقل برش‌ها چقدر میتواند باشد. در اثر یک برش، تخته دو قسمت میشود. در اثر برش دوم اگر هر دو را ببرد ٤ قسمت بدست می‌آید. اگر ما قسمتها را طوری قرار دهیم که برش سوم همهٔ آنها را ببرد تعداد قسمتها باز هم دو برابر میشود و بدینترتیب در اثر برش سوم ۸ قسمت بدست می‌آید. پس از برش چهارم، حد اکثر ۱٦ قسمت (اگر برش تمام قسمتهای حاصلهٔ قبل را ببرد)، و پس از برش پنجم ۳۲ قسمت بدست می‌آید. این میرساند که بعد از پنج برش ما بهیچ وجه نمیتوانیم ٦٤ مربع جداگانه را بدست آوریم. تنها پس از برش ششم وقتیکه تعداد قسمتها از نو دو برابر شد ما میتوانیم به حصول ٦٤ مربع جداگانه امیدوار باشیم. پس حد اقل برش‌ها نمیتواند کمتر از شش باشد.

ولی اکنون بعلاوه لازم است نشان بدهیم که در واقع شش برش

را میتوان بنحوی انجام داد که هر دفعه تعداد قسمتها دو برابر گردد و در نتیجه ٦٤ = $۲^{٦}$ مربع جداگانه بدست آید. و این امر مشکل نیست؛ فقط باید مواظب آن بود که پس از هر برش تمام قسمتها با هم برابر باشد و هر برش هر قسمت را دو نصف کند. در شکل ۱۱۲ اولین سه برش نموده شده است.

فهرست مطالب

قابل توجه خوانندگان گرامی

نظر به تقاضای زیاد در مورد کتابهای عامه‌فهم ی. پرلمان مروج معروف علم و دانش، موسسهٔ انتشارات "میر" در سال ۱۹۸٦ چاپ سوم کتاب وی تحت عنوان "فیزیك برای سرگرمی" در ۲ جلد بزبان فارسی را منتشر خواهد کرد. کتاب مذکور یکی از بهترین آثار ی. پرلمان بشمار میرود و تا کنون هجده بار بزبان روسی بچاپ رسیده و به بسیاری از زبانهای خارجی ترجمه شده است. آزمایشهای ساده‌ای که در جلد اول توصیف گردیده به خوانندگان کمك میکند تا به ماهیت پدیده‌های فیزیکی که ظاهرا بسیار عادی بوده اما برای تفکر میدان پهناوری میگشاید، پی ببرند. جلد دوم ادامهٔ مستقیم جلد اول نیست، بلکه اثری است کاملا مستقل و جداگانه. خوانندگان آن با تعداد زیادی از طرحهای "محرکهای دایمی" آشنا میشوند، از خطاهای باصره جالب اطلاع حاصل میکنند و روشهای محاسبات ساده عملی را یاد میگیرند.

قابل توجه خوانندگان گرامی

در سال ۱۹۷۹ کتاب ب. پ. دمیدویچ "مجموعهٔ مسایل و تمرینات آنالیز ریاضی" از طرف موسسهٔ انتشارات "میر" منتشر گردیده و اکنون به نظر میرسد که در بازار کتاب کمیاب شده است. مجموعهٔ مذکور جهت دانشجویان موسسات آموزش عالی در نظر گرفته شده، در آغاز هر فصل آن مقدمهٔ نظری مختصر قرار دارد که محصلین را در حل مسایل و انجام تمرینات راهنمائی میکند. در آخر کتاب ضمیمه‌های ضروری و جوابهای همهٔ مسایل درج گردیده است. این مجموعه، مکمل کتاب درسی "حساب دیفرانسیل و انتگرال" تالیف ن. پیسکونف بشمار میرود که در سالهای آینده بزبان فارسی در دو جلد منتشر خواهد شد. با ارسال نامه به نشانی انتشارات "میر" شما می توانید ما را آگاه سازید آیا احتیاج به کتاب "مجموعهٔ مسایل و تمرینات آنالیز ریاضی" باز هم هست یا نه تا در صورت لزوم بتوانیم به تجدید چاپ آن اقدام کنیم.

قابل توجه جوانان محصل

تا کنون در سلسله کتب "ریاضیات برای همه" جزوه‌های زیر از آکادمیسین آ. ماکوشویچ منتشر گردیده است:

- "دنباله‌های برگردا"،
- "اعداد مختلط و بازتابهای متشابه الزاویه"،
- "منحنی‌های جالب"، هر سه بزبان فارسی.

این سلسله شامل بیش از ۵۰ عنوان جزوه بزبان روسی است که هر یکی بصورت سخنرانی ریاضی با زبان ساده و عامه‌فهم نوشته شده به یک موضوع جالب ریاضی اختصاص دارد، دید ریاضی محصلین را تا حدود وسیعتر از برنامه تحصیلی گسترش میدهد و تمایل جوانان را به تکمیل دانش ریاضی خود بر می انگیزد. برای مثال عناوین چند کتاب دیگر از این سلسله را میاوریم:

- ا. سومینسکی "روش استقرای ریاضی"،
- پ. کاروفکین "نامساویها"،
- ن. وروبیوف "اعداد فیبوناچی"،
- و. شرواتف "توابع هذلولی"،
- آ. مارکوشویچ "مساحت و لگاریتم"، و غیره.

با ارسال نامه به نشانی انتشارات "میر" شما میتوانید ما را از وجود تقاضا برای این کتابها مطلع نمائید.

قابل توجه خوانندگان گرامی

در سال ۱۹۸۵ در سلسله کتب عامه‌فهم کتاب‌های زیر بزبان فارسی از طرف موسسهٔ انتشارات "میر" منتشر شده است:

- ل. لشینسکی، گ. کارباسنیکوا "قلبتان را حفظ کنید"،
- ی. ریماند، ك. ولسکر "فرمولهای ریاضی"،
- ی. پرلمان "ریاضیات زنده"، چاپ دوم.

خوانندگان گرامی

موسسهٔ انتشارات "میر" کتابهای علمی، فنی و در-
سی را به بسیاری از زبانهای جهان، از جمله
بزبان فارسی، ترجمه و منتشر میکند و از خوانند-
گان تقاضا دارد نظریات خود را در بارهٔ تر-
جمه، آرایش، چاپ این کتاب و هرگونه پیشنهاد
و نظر انتقادی را به نشانی زیر بفرستند:

"میر"، پروی ریژسکی، ۲،
مسکو، اتحاد شوروی، ۱۲۹۸۲۰

13-0625

این کتاب یکی از ساده‌ترین
کتاب‌های ریاضی عامه‌فهم
ی. پرلمان مروج معروف علم و
دانش میباشد. در آن، چیستانها
و معماهای گوناگون ریاضی گردآوری شده
که اغلب بشکل حکایات کوچک هستند. برای
حل آنها آشنائی با علم حساب و هندسه
مقدماتی کافیست. فقط بعضی از آنها از
خواننده توانائی تشکیل و حل معادلات
ساده را ایجاب مینماید. این کتاب
برای دانش‌آموزان مدارس متوسطه
و بطور کلی برای دوستداران
ریاضیات در نظر گرفته
شده است.